

n次元におけるチェスのナイトによるハミルトン路問題
Problem of Hamilton path with knight in chess in n-dimension

栗山 和大
Kuriyama Kazuhiro

Abstract

This study focused on the movement of knight in chess. It aimed to prove the following hypothesis : in m-dimension , the number of the squares along each axis of coordinates (=n) has to be $n \geq 5$ and $m \geq 2$, $n=4$ and $m \geq 3$ in order for square to have Hamilton path.

1. 目的

m次元における一辺 n のマス目をチェスのナイトの動きで移動したとき、ハミルトン路と呼ばれる、すべてのマスをたった一度だけ通る道を持つための整数 n, m の条件を求める。

2. 考察

具体的に n, m がどのような条件のときにハミルトン路を持つか調べた。

その結果、目的の n, m の条件は $n \geq 5$ かつ $m \geq 2$ 、または $n=4$ かつ $m \geq 3$ であると予想した。

7	12	23	18	5
22	17	6	11	24
13	8	15	4	19
16	21	2	25	10
1	14	9	20	3

図:5×5 のハミルトン路

3. 証明

a次元空間について、全ての座標軸方向に存在するマス数がそれぞれ等しく、1つの座標軸方向に存在するマスの数が b 個のとき、そのマス目を b(a) とする。

まず、2(m)、3(m)、また、4(2)はハミルトン路を持たないことを示した。次に、 $n \geq 5$ のとき、整数 n について n(2) が (1.1) をスタートとし (n-2.1) で終了するハミルトン路を持つときに、n(m) がハミルトン路を持つことを示し、 $n \times n$ のマス目が (1.1) をスタートとし (n-2.1) で終了するハミルトン路を持つことを示す。

次に $n=4, m \geq 3$ のときについての証明も行った。

4. 結果

n次元における一辺 m のマス目がハミルトン路を持つための整数 n, m の条件は、 $n \geq 5$ かつ $m \geq 2$ 、または $n=4$ かつ $m \geq 3$

5. 参考文献

北海道大学 グラフ理論 講義ノート #5

6. キーワード

チェス ナイト ハミルトン路 n次元 高次元