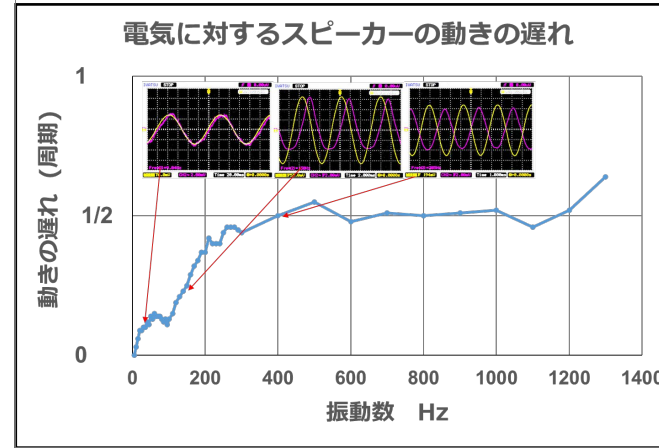
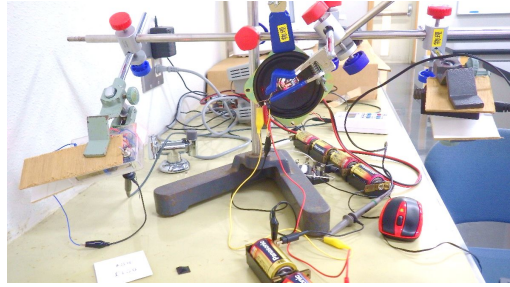


気柱共鳴の位相変化を利用した 楽器の研究

2年前の研究:コンデンサーマイクについて

- ・電気を振動させたらスピーカーの動きはどうなるのかを調べた。



◎結果

- ・スピーカーの振動数をあげる

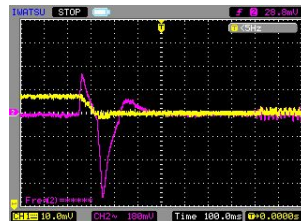
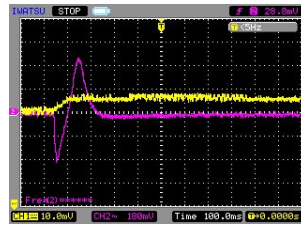
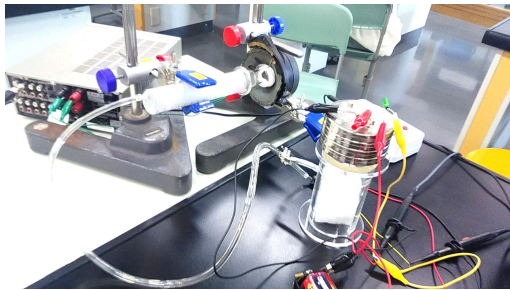


一定以上あげると

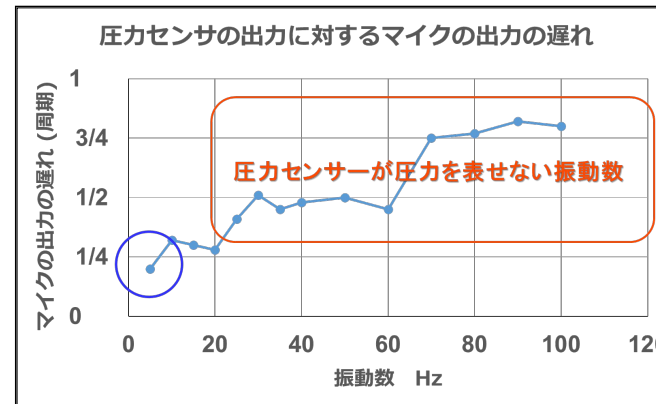
振動と電気力の位相が逆転する

つまり、**強制振動**が起きている

- ・コンデンサーマイクは音源の何を測定しているのかを、圧力センサーとピストンを用いて確かめた。



上:ピストンを押したとき
下:ピストンを引いたとき



◎結果

- ・上記の結果より、0Hz付近に注目



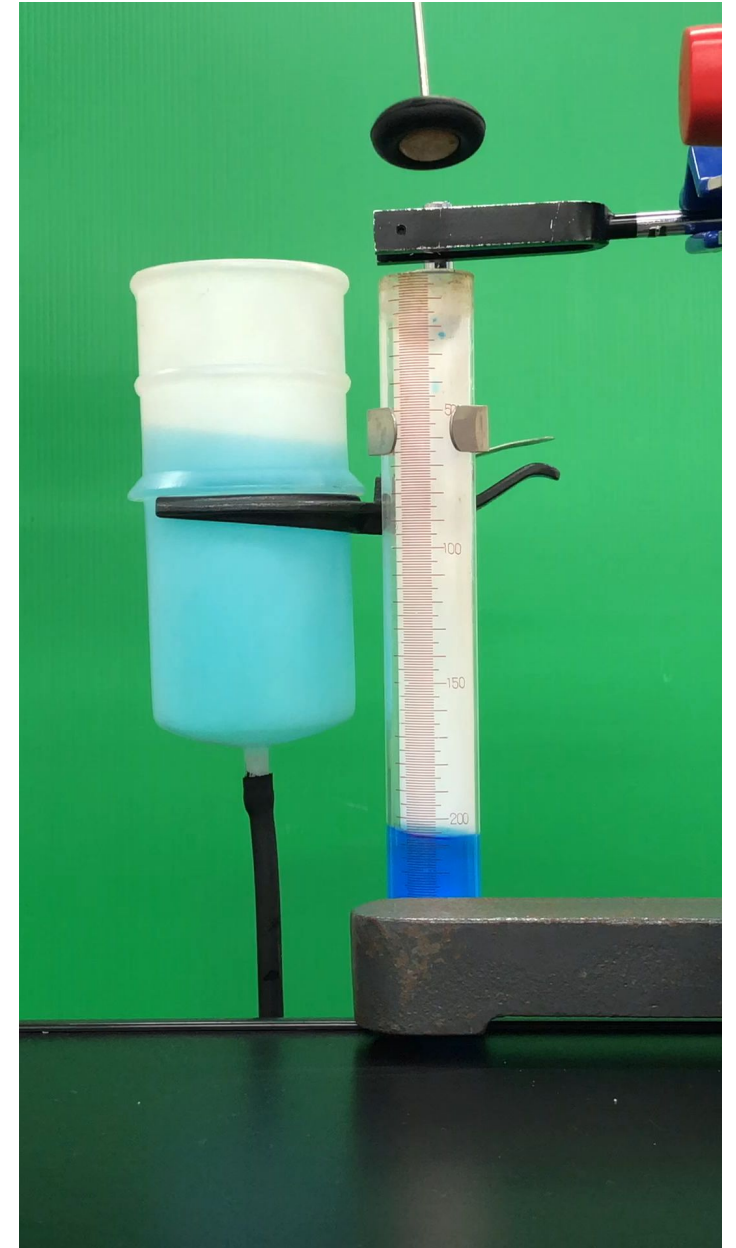
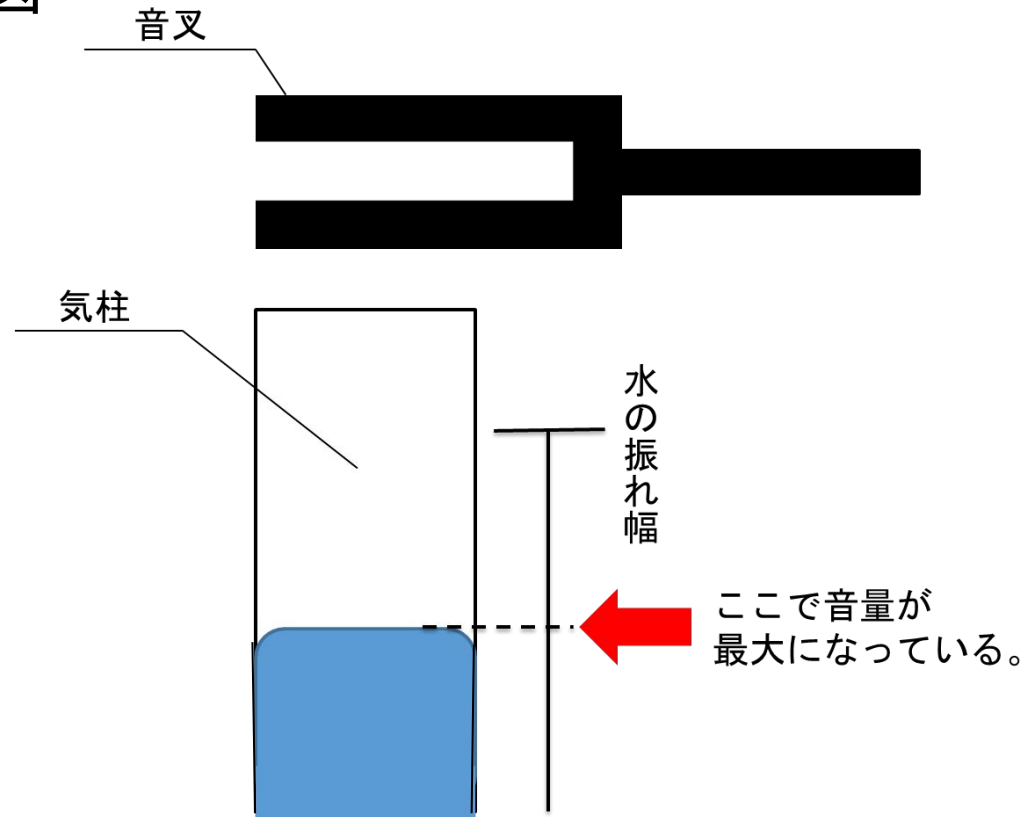
マイクの変化は圧力変化より
1/4周期遅れている

つまり、マイクの出力は
空気分子と同じ動きをしている

1年前の研究: 気柱共鳴について

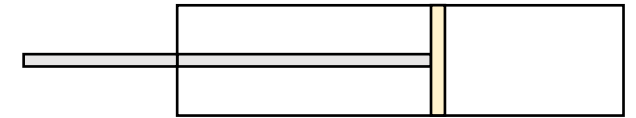
- ・気柱に音叉の音を入れ、音量が変化していく様子

簡易図



1年前の研究: 気柱共鳴について(2)

◎今回使用したアクリル管の共鳴装置

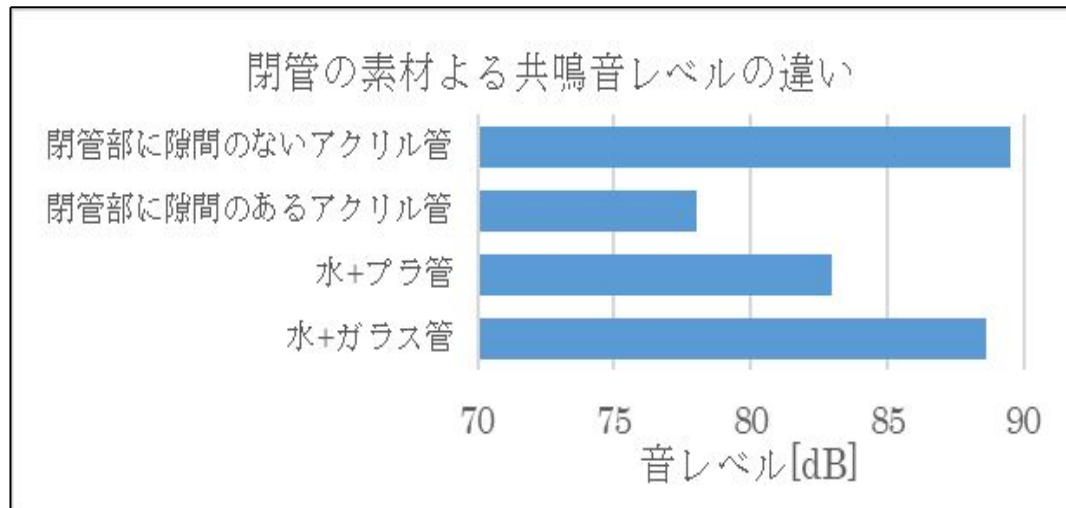


ガラス管に水を張ったものより音量の変化が小さい気がした

→ ガラス管や水が共鳴時の音量に関係があるのではないか？

・実験: どのような種類の気柱だとどのくらい音になるのか調べた

結果



・閉管部に隙間がある



共鳴音が**数倍小さくなる**

・開管部に隙間がない



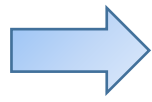
閉管の素材に関係なくほぼ同じ共鳴音レベル

◎考察: 開管部に隙間がある ⇒ 共鳴音が小さくなる

共鳴音が大きくなる際、素材は音量にあまり関係がない

1年前の研究: 気柱内部と外部の共鳴点の関係性について

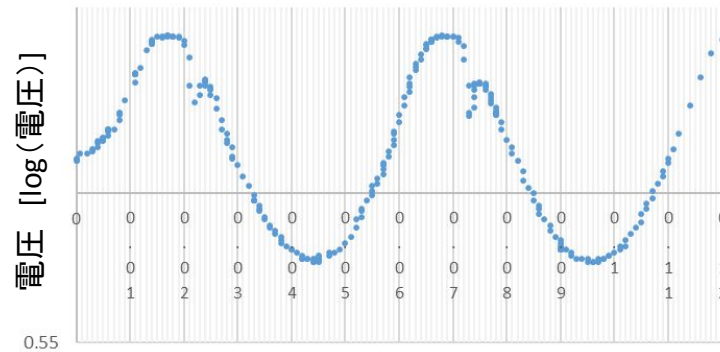
- ・気柱の内部と外部の音を同時に測定したい



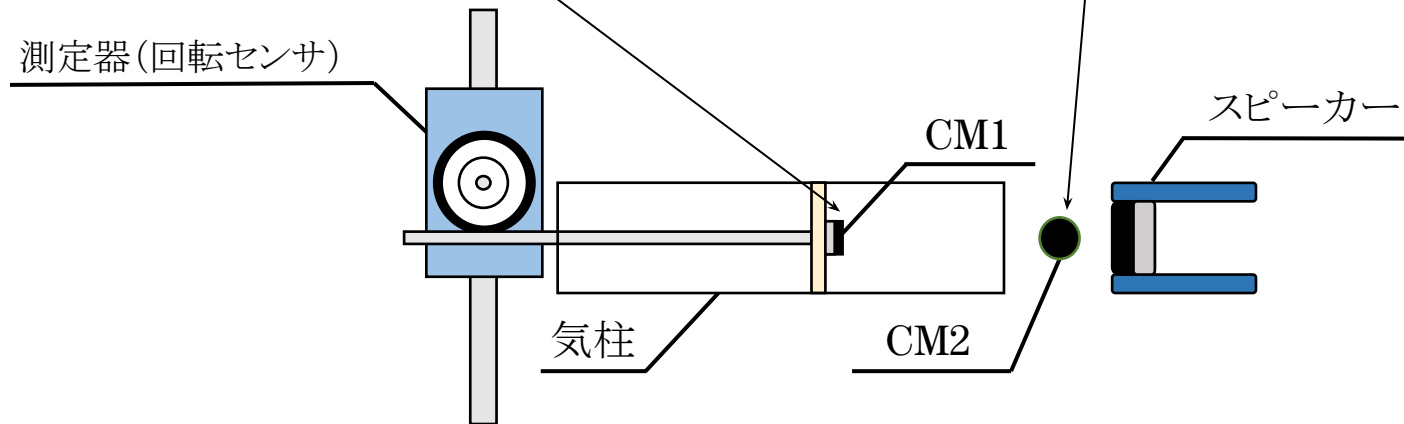
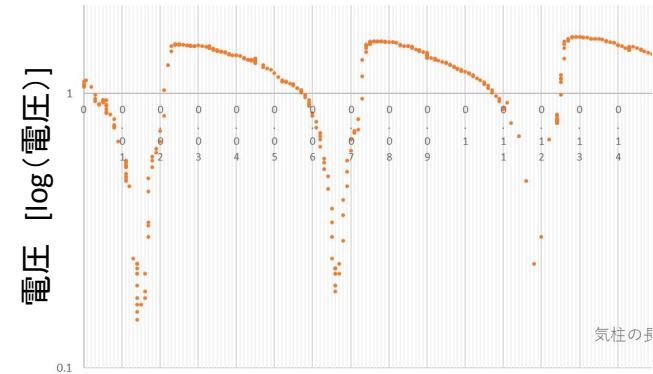
2つのコンデンサーマイク(CM)とアクリル管とピストンからなる気柱共鳴装置を組み
音の変化の相違を測定

- ・結果

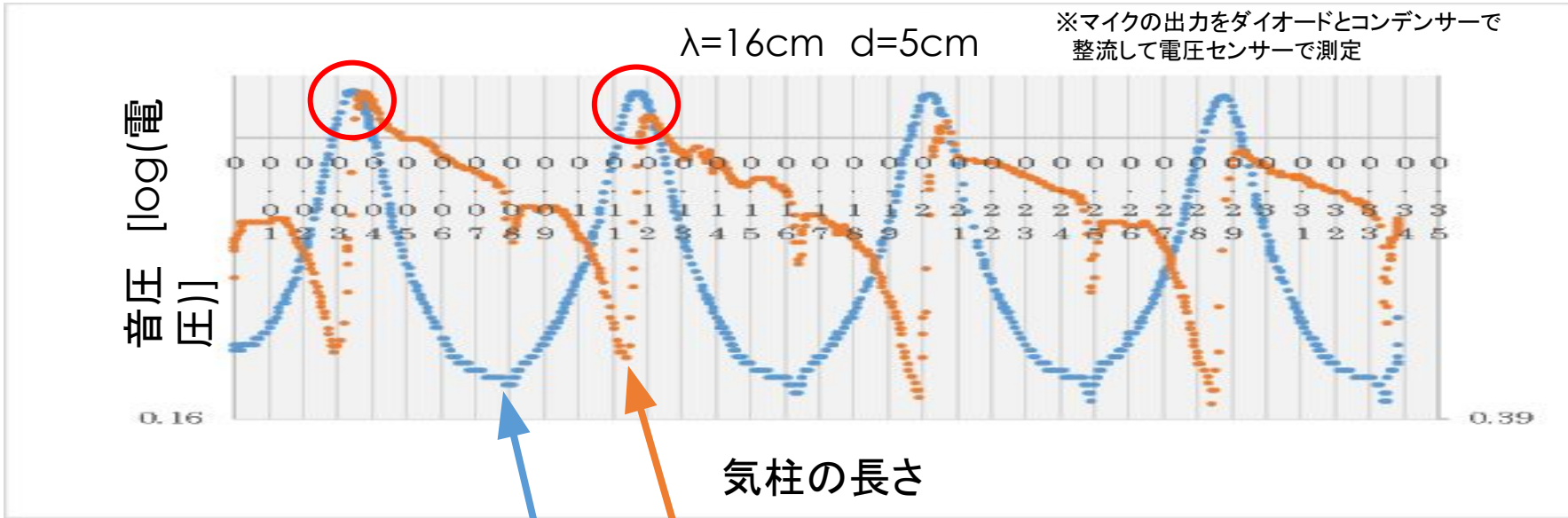
内部の測定結果



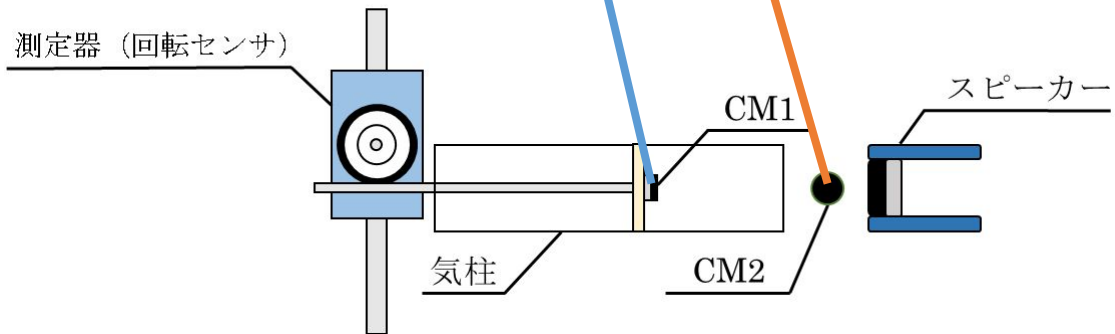
外部の測定結果



1年前の研究: 気柱内部と外部の共鳴点の関係性について(2)



- ・内部(青) → 単調な変化
- ・外部(橙)
→ 1/2波長の周期で増減を繰り返す。



- ・ 一周期の増減の変化
 - 波長
 - 管
 - 開口端～スピーカーの距離
- } による

◎ 内部の極大点(青)と外部の極大点(橙)

➡ ずれている

1年前の研究：気柱内部と外部の共鳴点の関係性について(3)

考察

・気柱の長さを変化させたとき・・・

内部の音量変化→単純で周期的な増減

外部の音量変化→周期的に急激な減少不連続になる点も有り

◎ 内部の音

気柱に入ってくる波と出て行く波の2波の単純な干渉ではなく

管の出口で繰り返し反射された

多重の波の複雑な干渉によって生じた定常波

◎ 外部の音→内部以上に変化が複雑だと考えられる

つまり、外で音を聞いている人は、、、

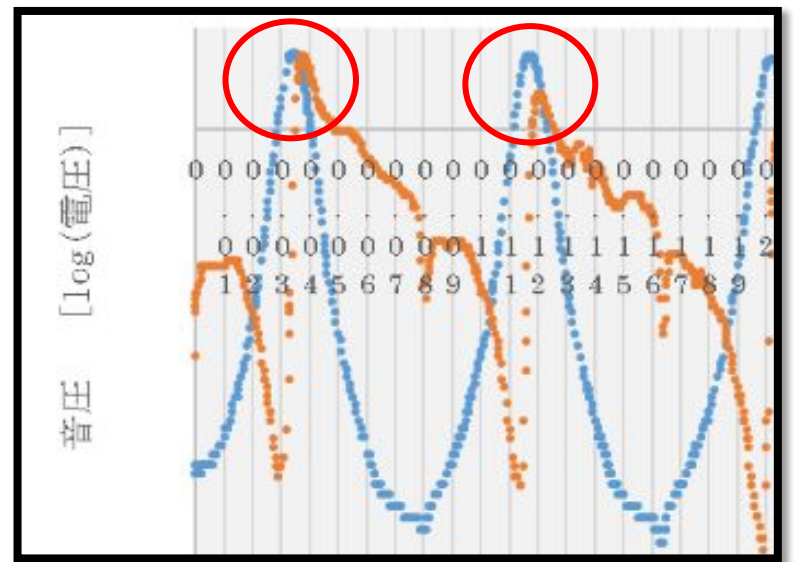
①気柱から出てくる音

②音源のスピーカーから出てくる音

→ 2つの音の干渉音を聞いている

聞く場所によっては、、、

内外の音量の極大点一致するとは限らない。

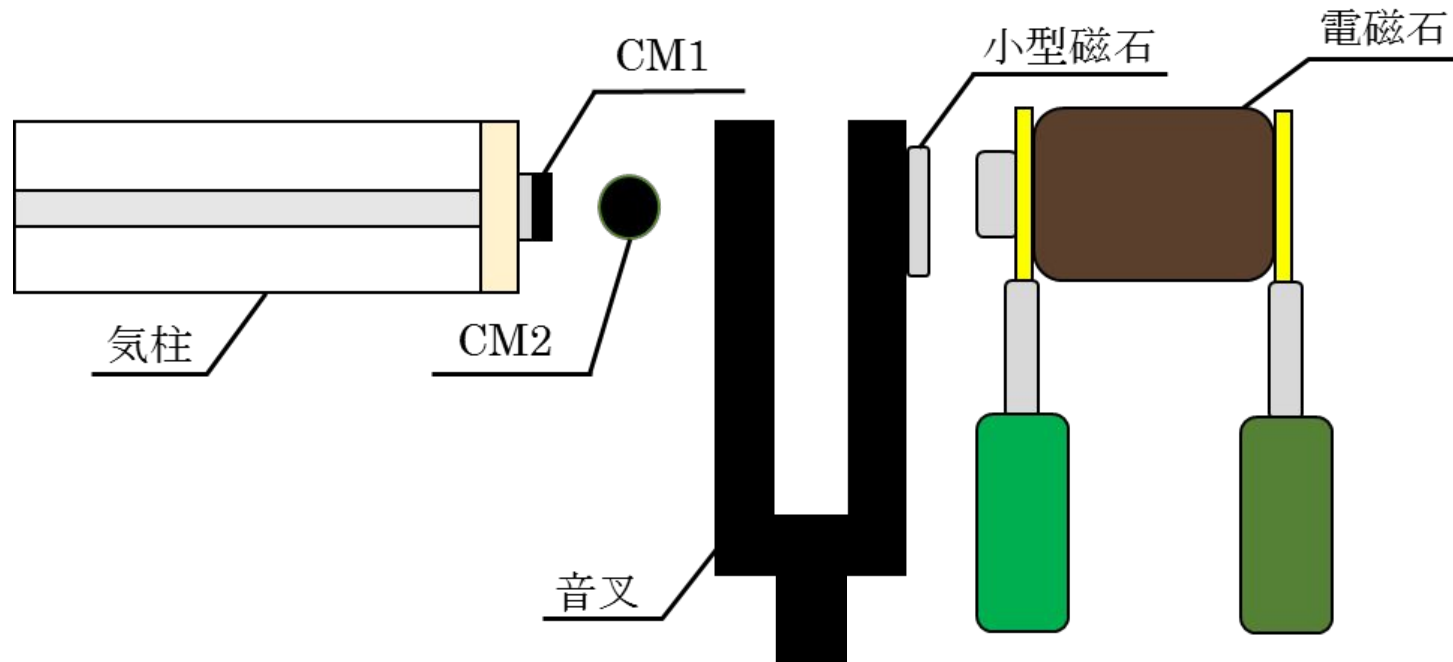


1年前の研究：音源が音叉である場合の共鳴点の関係性について

- ◎音源として・スピーカー→両面で逆位相の音波がでる
 - ・音叉→両面が同位相、横が逆位相の波が出る

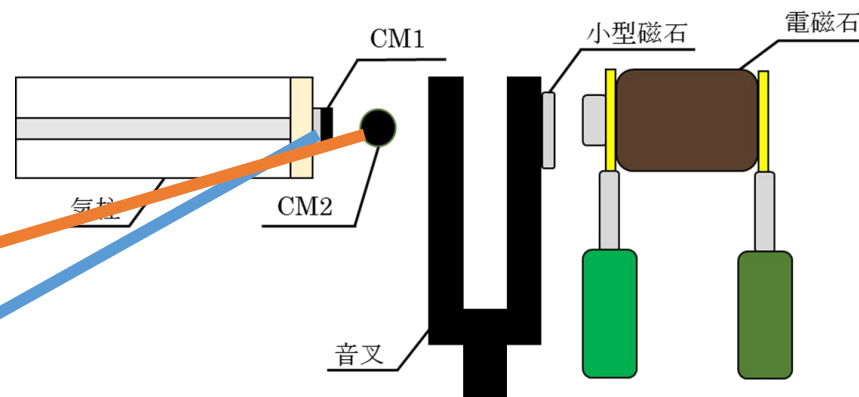
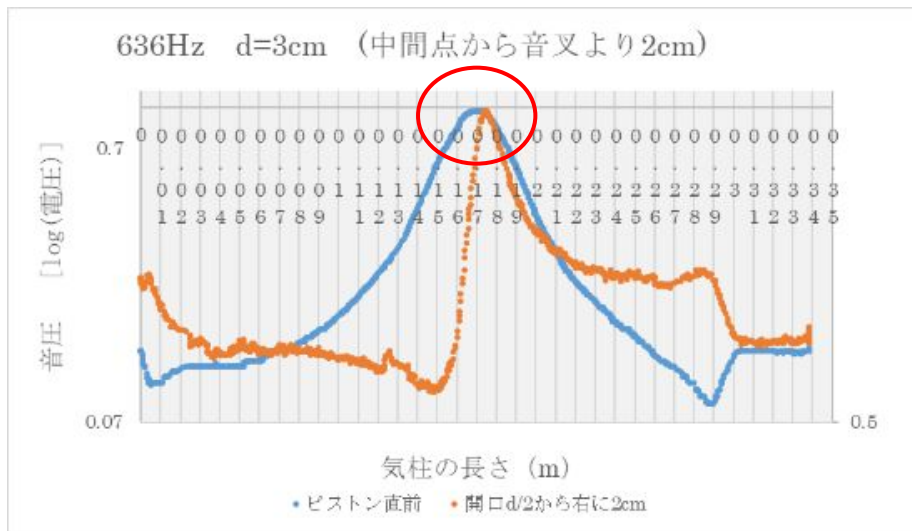
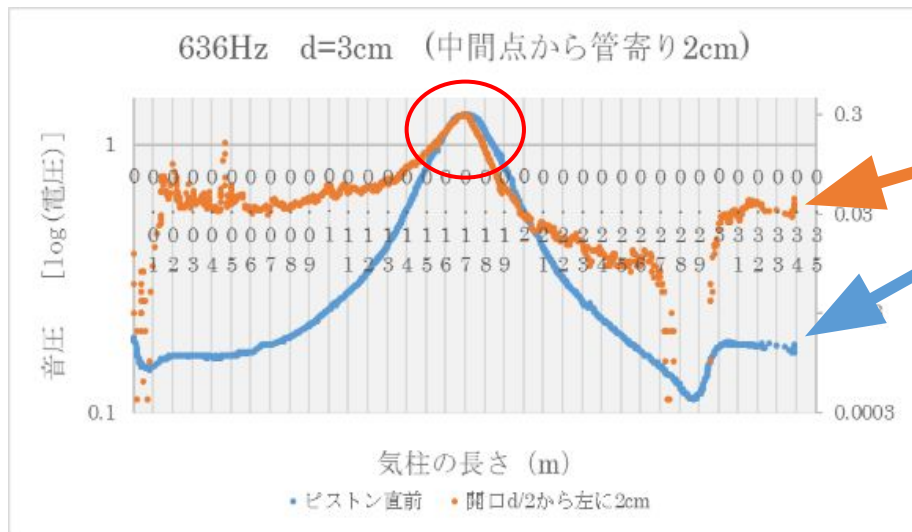
◎音叉でもスピーカー同様の結果になるのか？

- ・2の装置のスピーカーの部分を小型磁石をつけた音叉と交換する
- ・音叉は共振数である636Hzで鳴らし続け、2と同様に実験する



1年前の研究: 音源が音叉である場合の共鳴点の関係性について(2)

結果



→ 中間から気柱寄りの外部

・気柱内部の共鳴点よりも

やや短い距離で音量が極大になる

→ 中間から音叉寄りの外部

・気柱内部の共鳴点よりも

やや長い距離で音量が極大になる

1年前の研究: 気柱共鳴における内部と外部の位相と音量の変化について

◎本当に干渉しているのならば→ 気柱外で干渉している

・スピーカー直前の音を基準→ 開口端直前と気柱の周りの位相差を比較

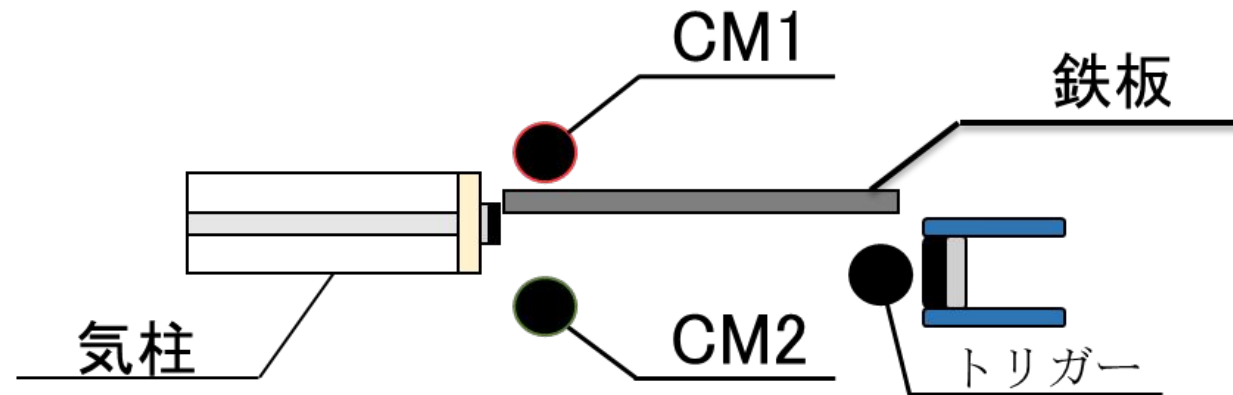
※しかし、通常2波の干渉は独立して測ることができない

そこで... 気柱の開口部を上下に2分割⇒入射波が一方からしか入らないようにした

※入り口の半分のみしか使ってなくとも同じであると考えられるから

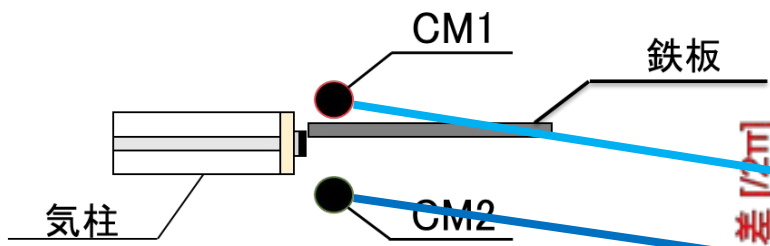
→ 開口部を2分割するのに**鉄板を使った**

- ・音波で振動しやすいものを使うと仕切れない
- ・鉄板は密度が高いため振動しにくく音を分断しやすい

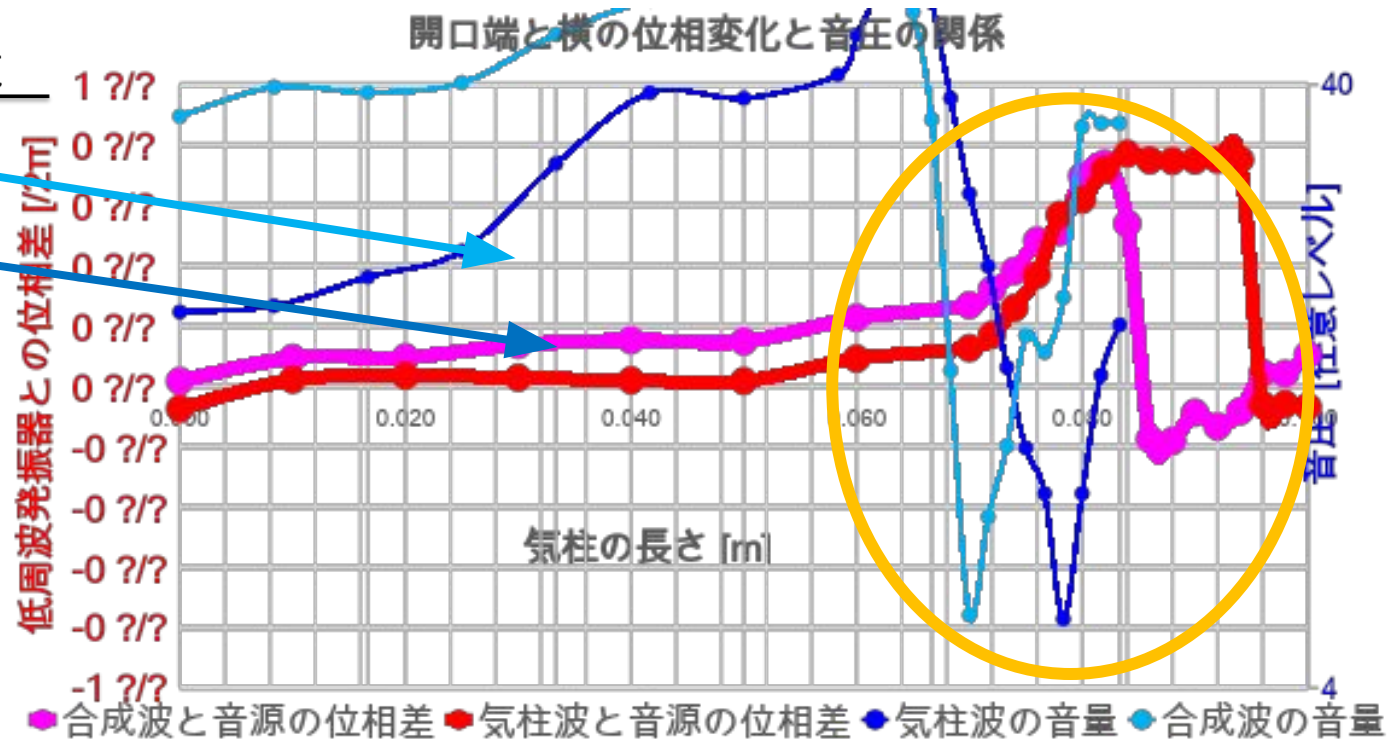


1年前の研究：気柱共鳴における内部と外部の位相と音量の変化について(2)

結果



- 気柱の共鳴点付近
- ・急激に2つの位相が変化
- ピンク：すぐ同位相に戻る
- 赤：しばらく逆位相
- ・急激に音量が減少
- 水色：合成はより先に変化
- 青：気柱波より後に変化



◎気柱をながくしていくと、..

- ・音量：徐々に大きくなる ⇒ 共鳴点付近で急激に減少 ⇒ 元に戻る
- ・位相：基準に対し徐々にずれていく ⇒ 共鳴点付近で両方1/4位相ずれる ⇒ 位相が逆転する ⇒ 急激に元に戻る

1年前の研究: 気柱共鳴における内部と外部の位相と音量の変化について(3)

考察・共鳴点付近→気柱から出る音と音源と干渉する音の位相差が激しい

➡ 2つの音源から出る逆位相の波が気柱の外で激しく干渉する

◎気柱共鳴による**気柱の音量の変化と異なる音量の変化になる**

◎閉管の反射率を1,開口端の反射率を r ,気柱長を

$$l=z+(2n+1)\lambda/4,(-\lambda/4<z<\lambda/4),k=2\pi/\lambda$$

とすると気柱から x の距離の音波は次のようになる。

$$P(x) = \frac{1-r}{\sqrt{1+r^2-2r\cos(2kz)}} \cos(\omega t - k(x+2z) + \varphi(z))$$
$$\tan \varphi(z) = \frac{-r\sin(2kz)}{1-r\cos(2kz)}$$

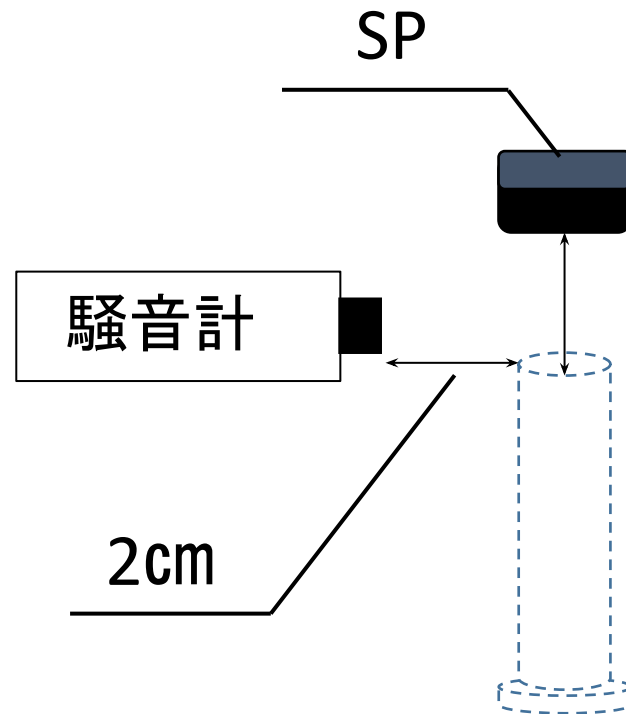
共鳴点 $z=0$ で位相 φ の符号が変わるが、
 $|P(x)| \leq 1$ で入力波 $\cos(\omega t + kx)$ より大きくない。

1年前の研究：音源までの距離と共鳴周波数の変化について

・音の干渉は気柱外で起きているとわかった

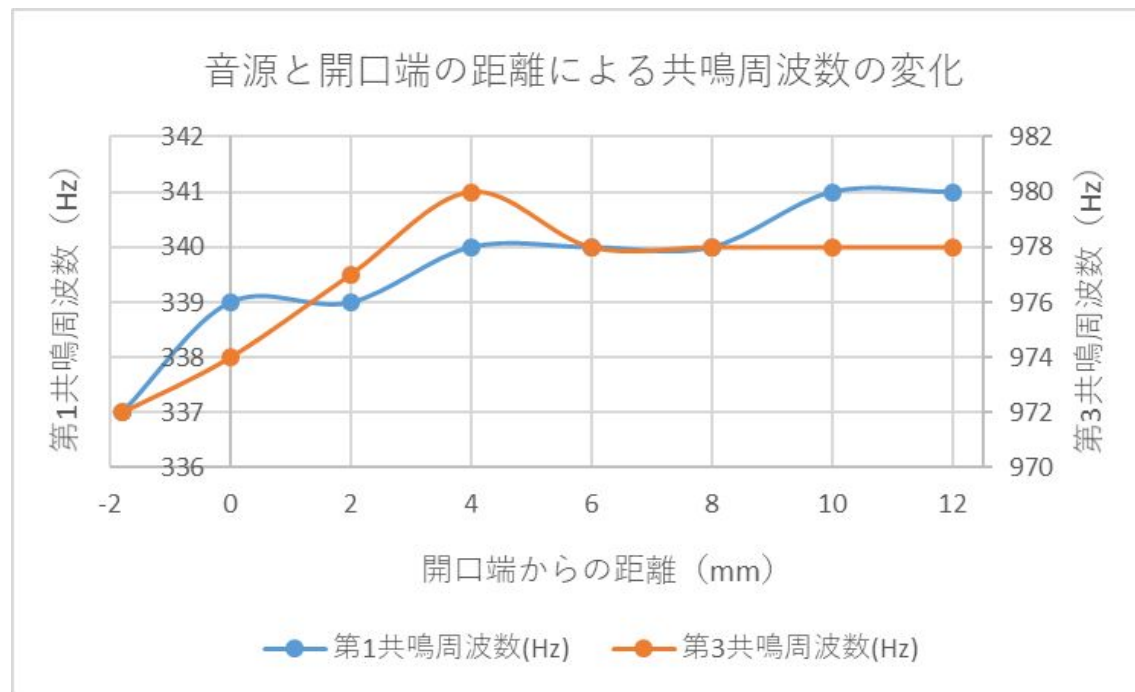
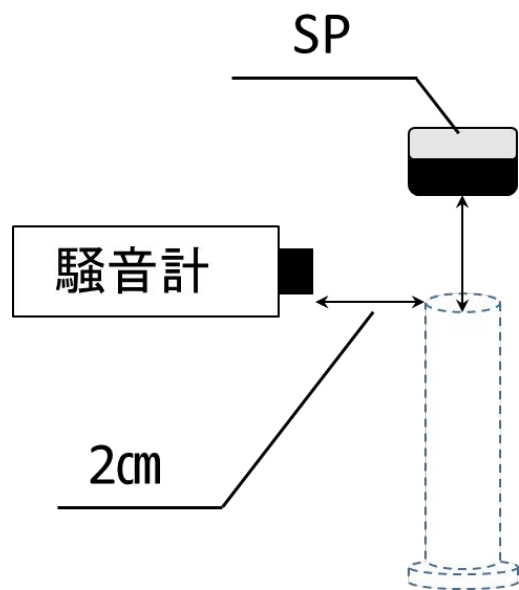
➡ 気柱と音源を極力近づければ、干渉もなくなるのではないか

◎気柱にスピーカーを近づけていき、干渉の有無を調べた。



1年前の研究：音源までの距離と共鳴周波数の変化について(2)

結果



- ・開口端までの距離を縮めていくにつれ、、、

→ 共鳴周波数が低くなっていった

考察

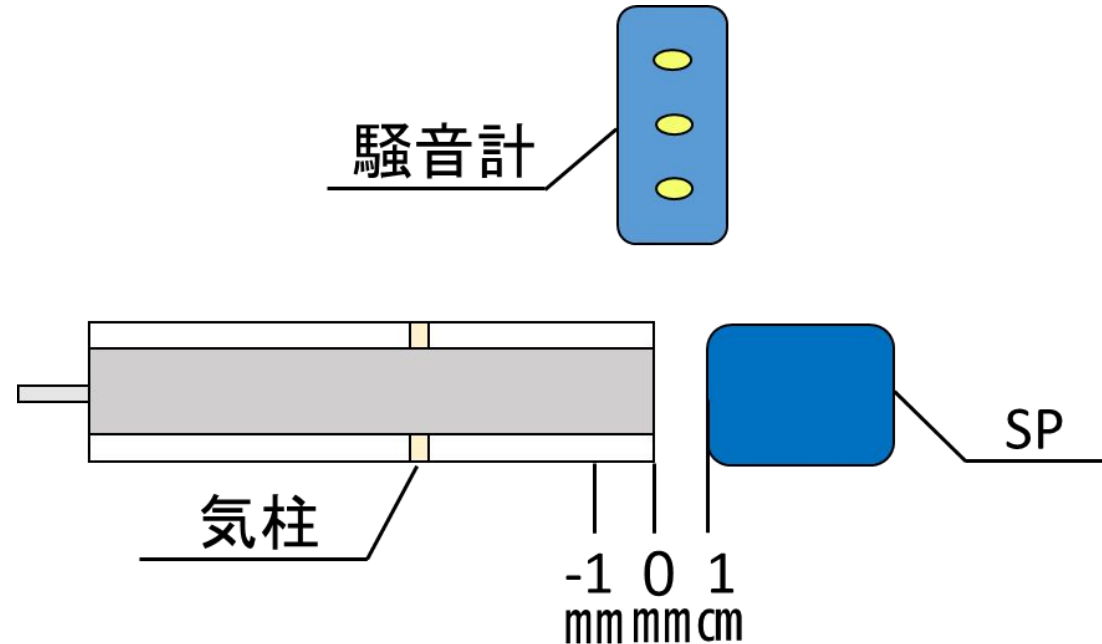
- ・音源と気柱を極力近づける⇒音の干渉を無くす
⇒ 気柱共鳴の実験として成り立たない

1年前の研究：周波数と距離の変化による共鳴音の変化について

- ・共鳴周波数は距離によって変わる ⇒ 本当にそうなのか？

詳細な数値を設定し、確かめる

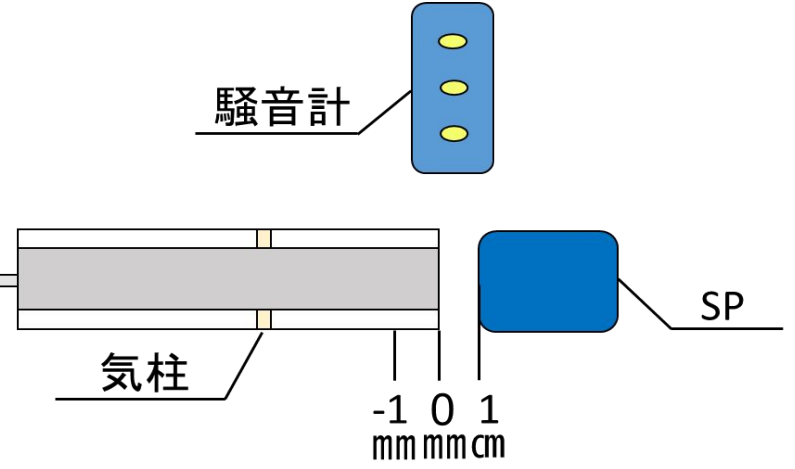
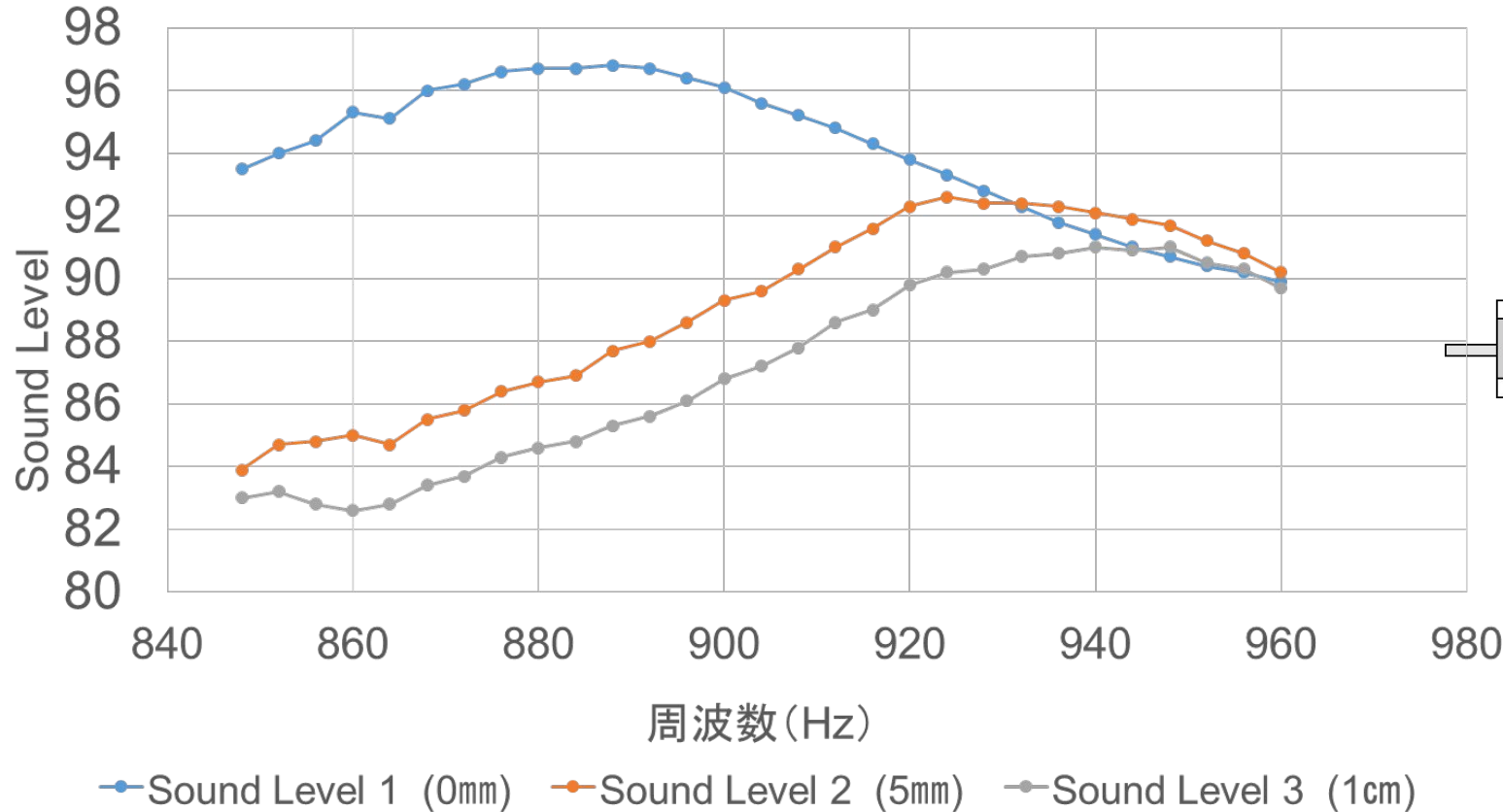
- ・気柱内、開口端直前、1cm 離れた所でそれぞれ測定



1年前の研究：周波数と距離の変化による共鳴音の変化について(2)

結果

周波数によるSound Levelの変化の距離における違い



考察：音量の最大点が距離によってずれていた。

➡ 距離により 共鳴周波数は変わっている と考えられる。

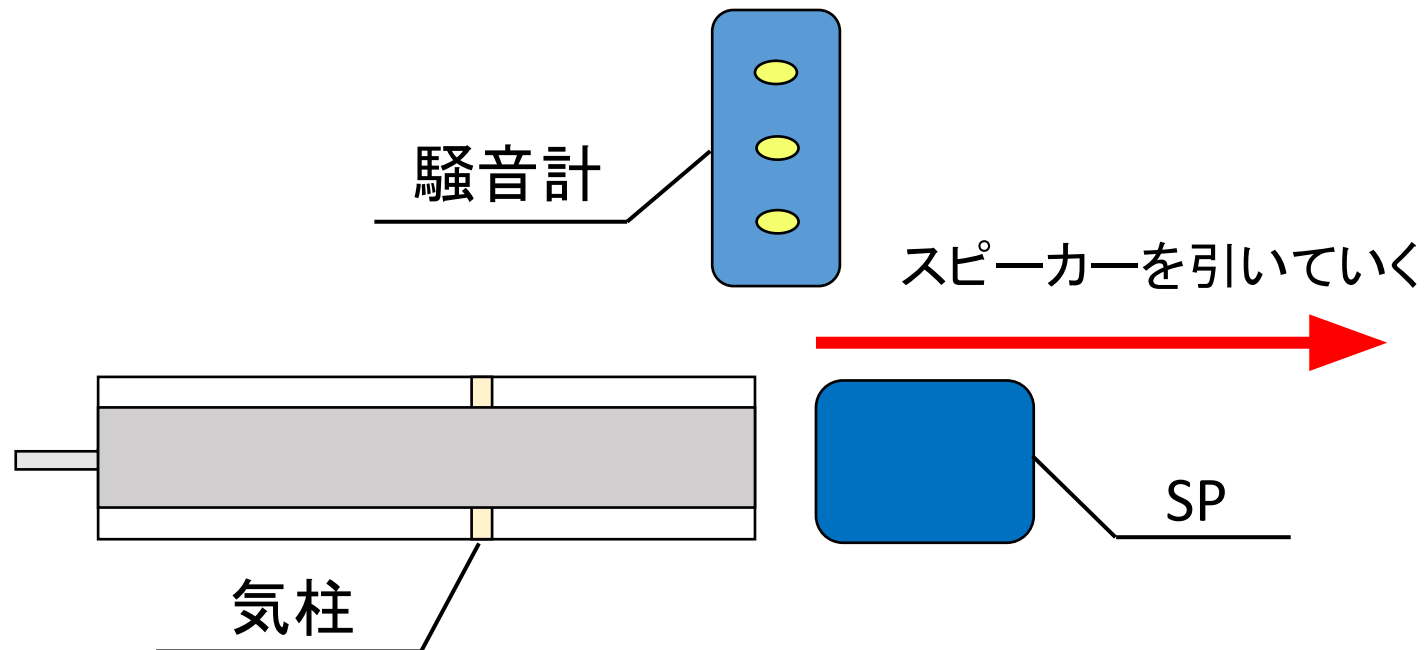
1年前の研究: 周波数と距離の変化による共鳴音の変化について(3)

◎ 気柱と音源の距離で共鳴周波数が変わる

→ 音量の極大点はどこなのか？

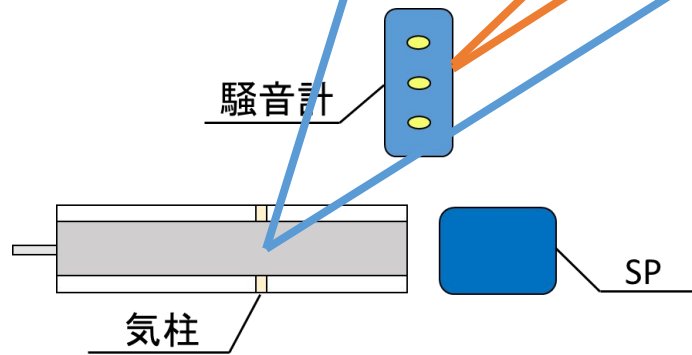
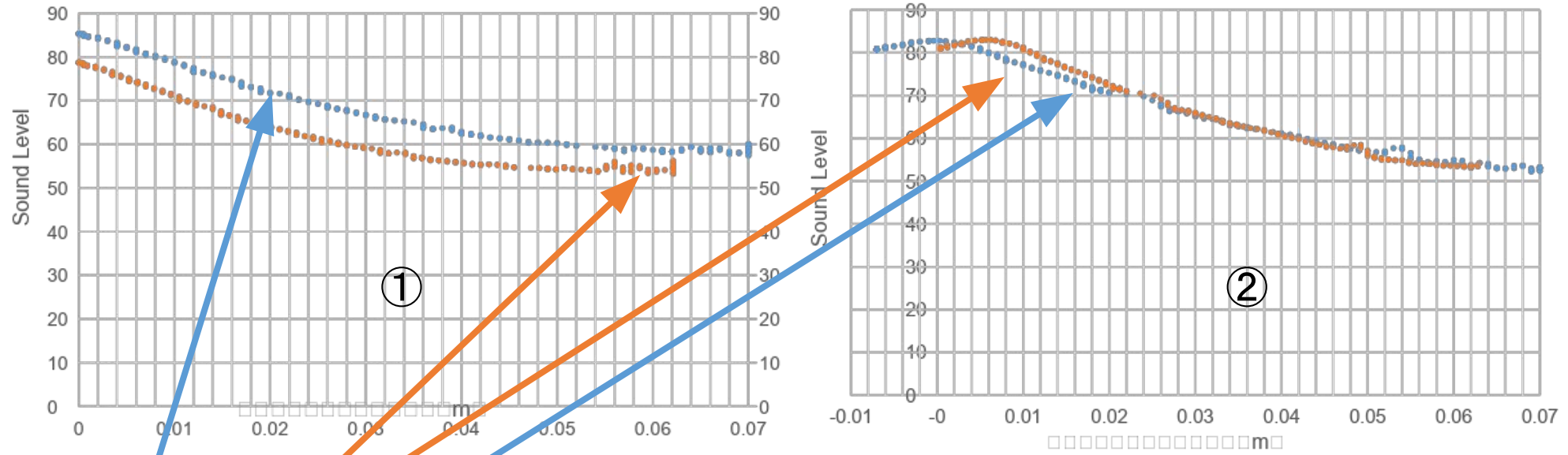
- ・ 長さを固定し、その長さで共鳴するようにした気柱を用意

→ 開口端から音源を離していき、音量の変化を測定



1年前の研究：周波数と距離の変化による共鳴音の変化について(4)

結果



① 気柱直前から測定を始めた場合の音量変化

→ 開口端直前の音量が最大になった

② 気柱内部から測定を始めた場合の音量変化

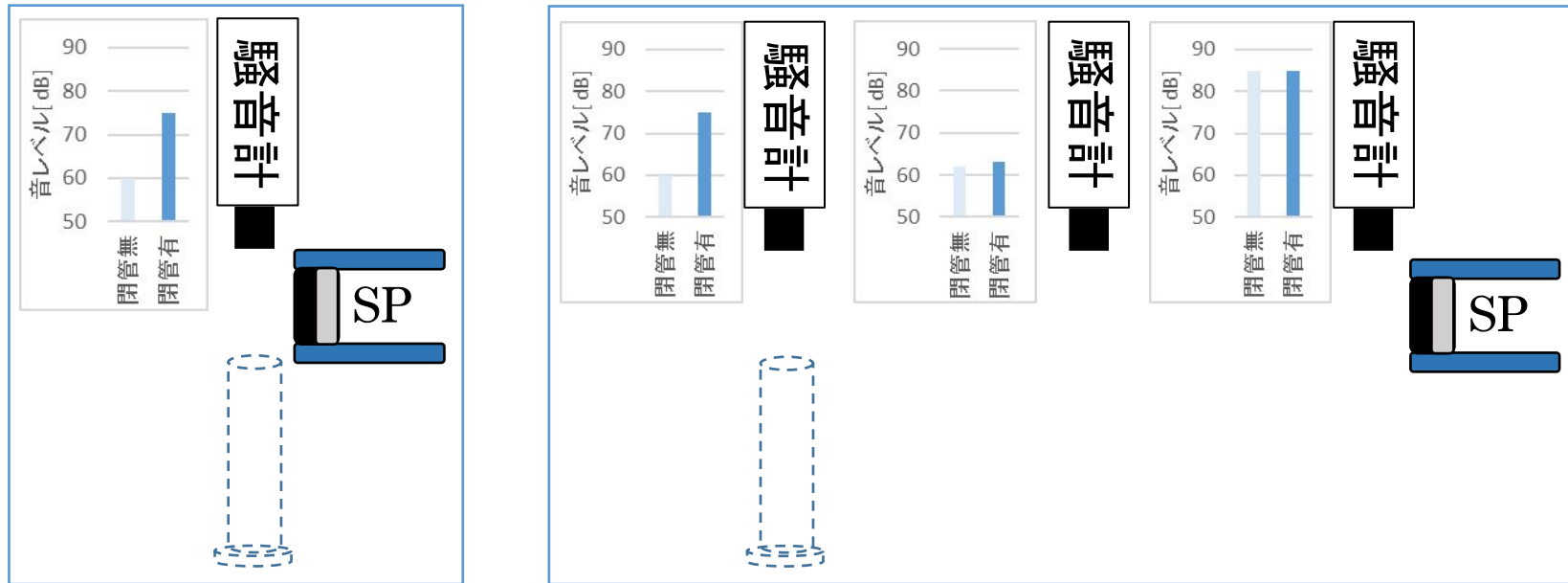
→ 開口端直前の音量が最大になった。

考察: どんな共鳴周波数でも 開口端直前に音量が最大になる

1年前の研究: 気柱と共鳴音の関係について

◎音源の音が大きくなったのか or 気柱内で音が大きくなったのか

結果



- ・ 左図より⇒気柱を下に入れた時の方が圧倒的に値が大きくなった
- ・ 右図より⇒気柱が有る状態で音源から離していった
→気柱がない時に比べ小さくならなかった

考察: 音が大きくなる原因は、気柱にあると考えられる

1年前の研究：気柱と共鳴音の関係について(2)

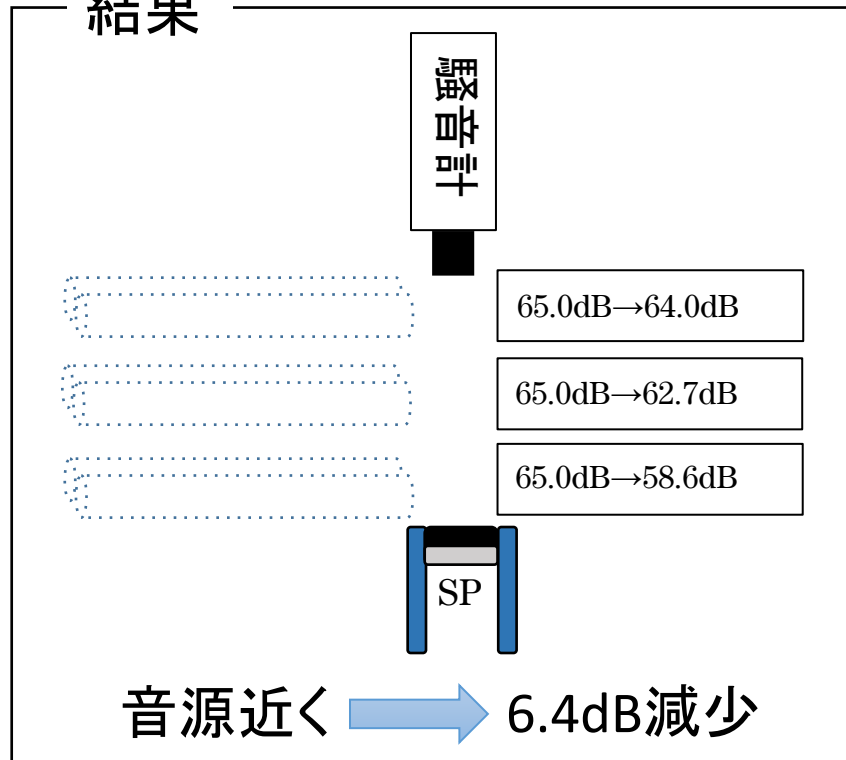
◎ 気柱により大きくなった音→本来の音よりも大きくなっている

→ 管の断面以上に音波が入射しているのでは？

・ 開口部から気柱の端が広がり出ていると仮定

→ 音の通路に共鳴する開管の開口部を置く→音が吸収されるか実験

結果



考察

6.4dB減少(音量でほぼ半減)

→ 音が開管に吸収された。

したがって、気柱は、、、

開口面積より大きい端面を持っている
と考えられる

◎ 周辺の音波を管が吸収

→ 共鳴音がその場の音量よりも大きくなると考えられる。

1年前の研究:結論

◎音源と気柱からの音が干渉する外部では位相と音量の変化の仕方が内部と異なり

→ 音が極大になる共鳴点が異なる場合がある

※ただし、干渉を和らげようとすると、

→ 共鳴周波数が変わってしまう

◎共鳴音が大きくなるのは音源の変化ではない

→気柱の開口端の面積が管の断面以上に広がり出るため

→ 多くの音の流入するのが原因である

振り返り

- ・2年前...コンデンサーマイクの出力和音波の関係を調べていて、スピーカーの振動と電気力の位相が同相から逆位相に変化すると知った[2]。
- ・1年前...気柱共鳴した際の共鳴音は気柱が中心に鳴っている(図1)[3]
共鳴点近くで気柱の内外の位相差が激しくなる(図2)[3]→音が小さくなる原因[1]

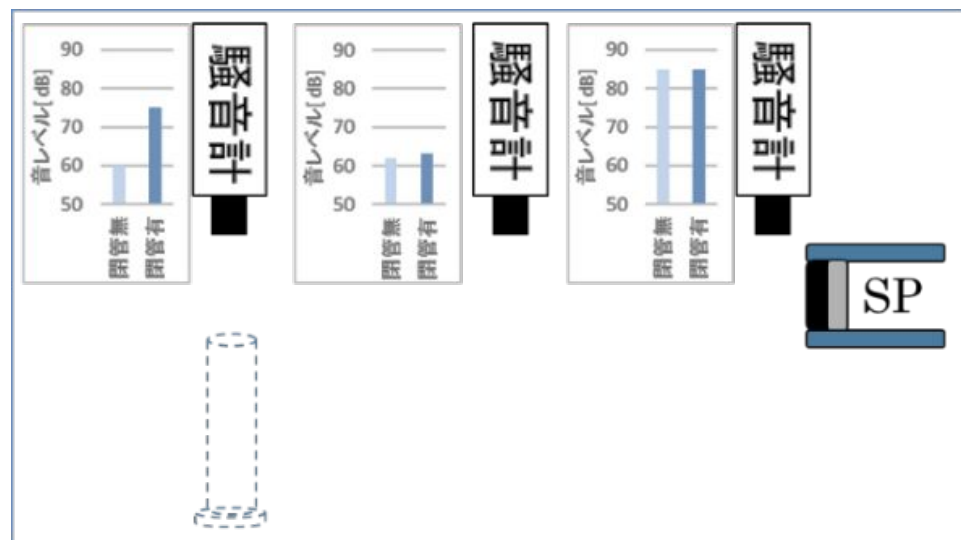
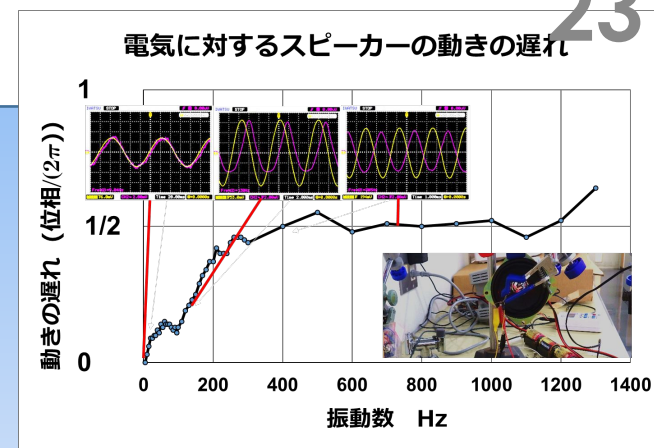


図1 気柱の有無による音量の変化

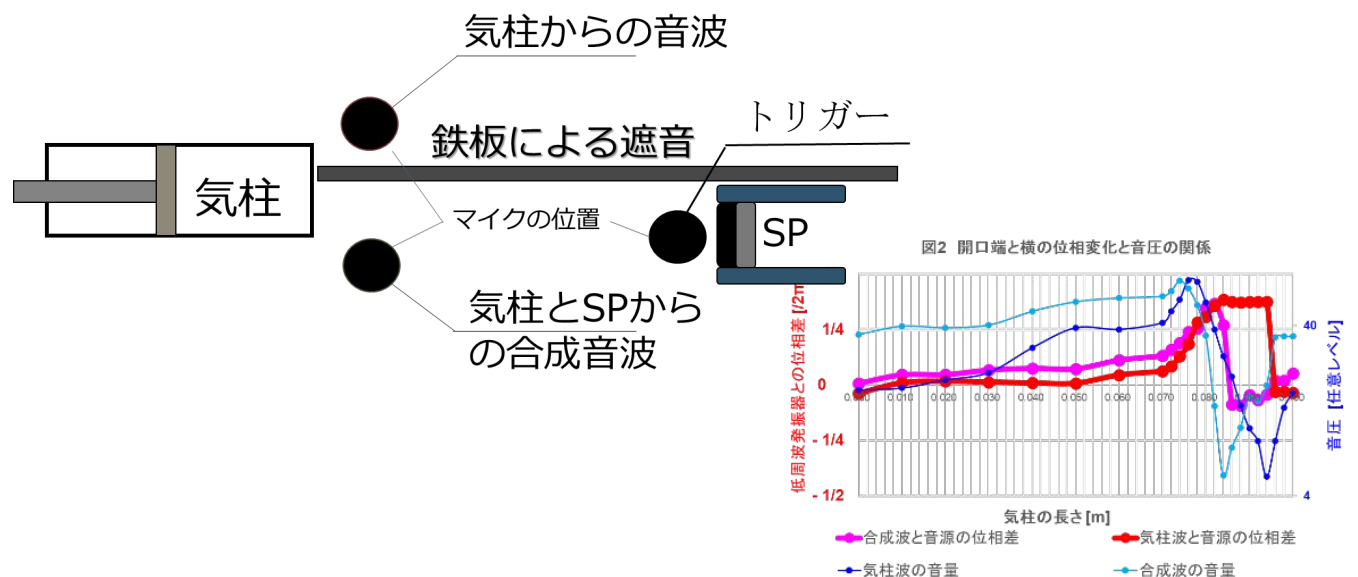


図2 共鳴点近くの気柱・外部の音量と位相差の変化

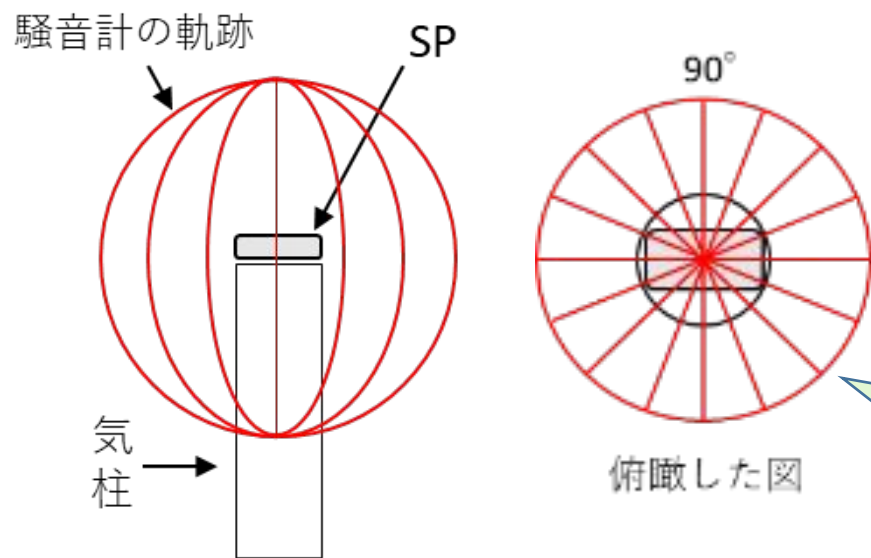
実験1 本当に気柱が共鳴音の中心なのか

目的: 本当に共鳴音が気柱から出ているのか、
気柱の全周囲360°を調べる

方法: 天井から糸でつるした音源(スピーカー)を設置。

その下に気柱がある場合、ない場合の音量の変化を測る
それぞれの状態で360°(球面状に)騒音計で音量を測定。

予想: 気柱から出ているなら
気柱の周辺すべての方向で
360°同様に音量が大きくなる



- ・一周測定すると、
図3のようなイメージとなる
- ・円球状に軌跡をいて
360°全周囲を測定する

図3 気柱周辺で測定器を動かす軌跡



実験1 結果・考察

図6 音源は気柱開口端から0cm真上
気柱を中心に測定(右から、15°75°...)

結果:全方向で同様に音量増加

図7 音源は気柱開口端から10cm真上
気柱を中心に測定(右から、15° 75° ...)

結果:スピーカー近くだけ音量増加

考察:気柱共鳴の共鳴音は気柱
から出ていると考えられる

考察:気柱からの共鳴音とSPからの
音が干渉したと考えられる

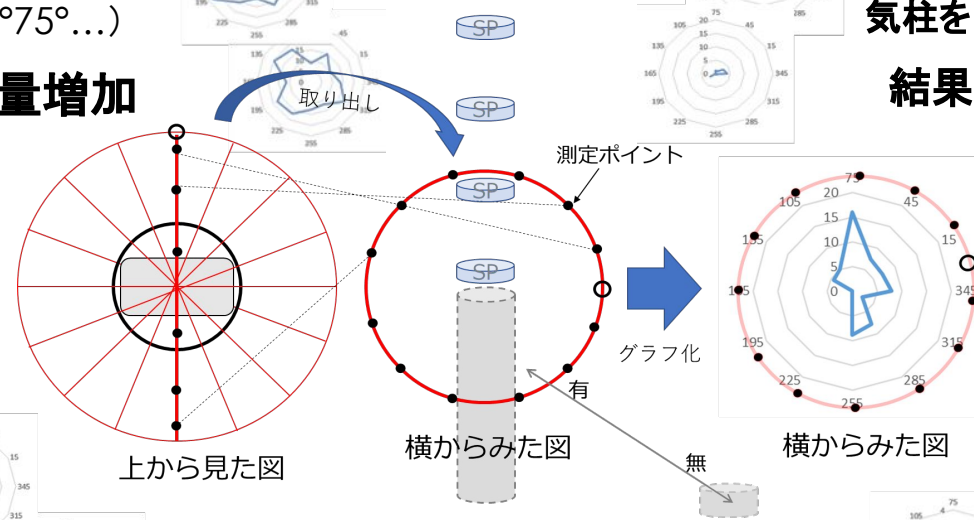


図5 測定データとそのグラフ化

- ・上記の円球状の軌跡から角度を指定
- ・その断面図を見たイメージ

図8 音源は気柱開口端から20cm真上
気柱を中心に測定(右から、15° 75° ...)

結果:全方向で同様に音量増加

図9 音源は気柱開口端から30cm真上
気柱を中心に測定(右から、15° 75° ...)

結果:特定の方向だけ少しだけ音量増加

実験2 音源周辺の音量変化を測定する

目的: 共鳴で音源の音が大きくなっているのか調べる

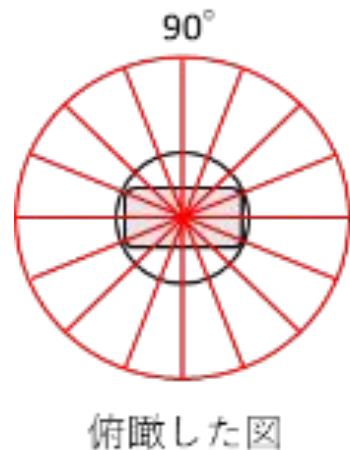
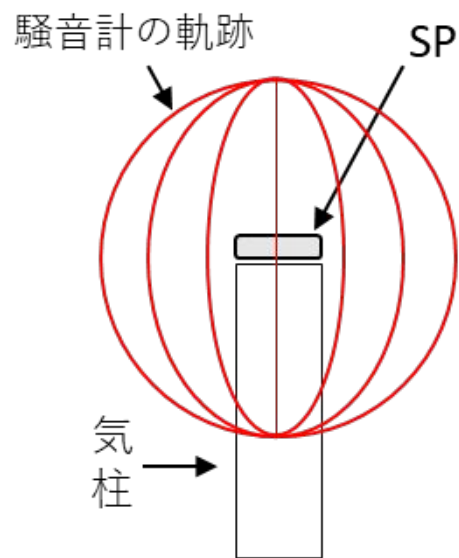
予想:

音源の音が大きくなっていないなら気柱に近いところの音量が大きくなる

方法: 天井から糸でつるした音源(スピーカー)を設置

その横に気柱がある場合、ない場合の音量の変化を測る

それぞれの状態で360°(球面状に)騒音計で音源周辺の音量を測定



- ・イメージは実験1同様
- ・音源を中心に球を描く軌跡ができる

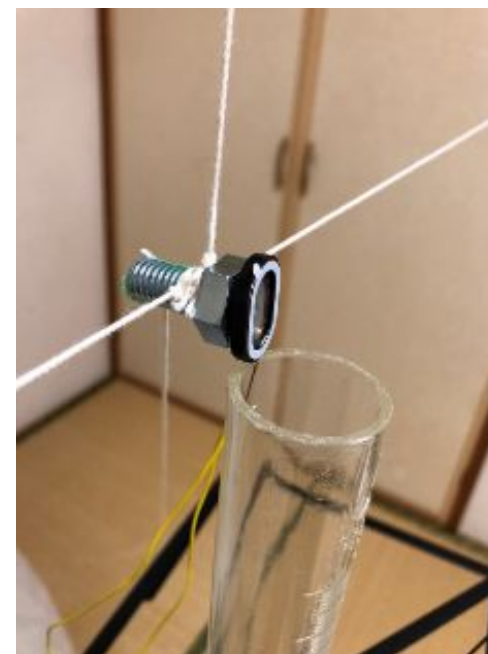


図10 音源周辺で測定器を動かす軌跡

実験2 結果・考察



図11気柱は音源の真横
音源を中心に測定 (右から、15°75°...)
結果: SP-気柱方向で音量増加大、
SP-気柱等距離にある方向で音量増加小

気柱遠い
気柱近い

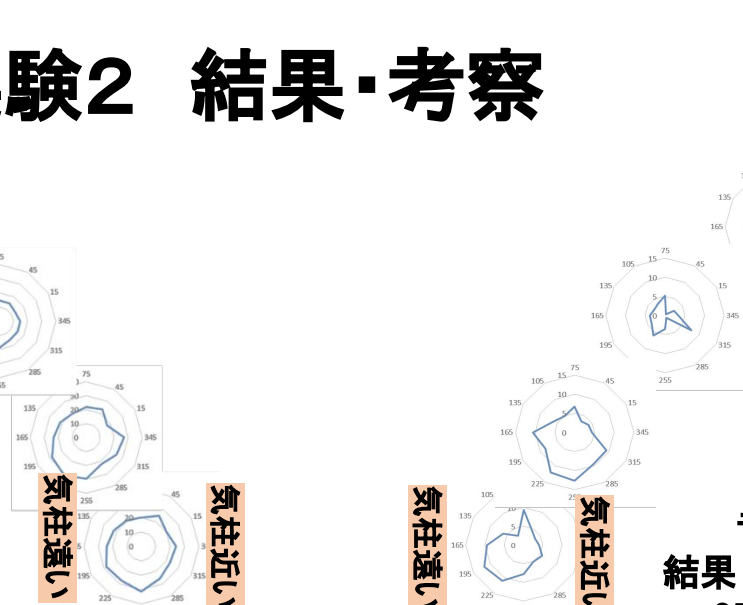


図12気柱は音源から10cm真横
音源を中心に測定 (右から、15°75°...)
結果: SP-気柱方向で音量増加大、
SP-気柱等距離にある方向で音量増加小

気柱遠い
気柱近い

1. 共鳴音も音源並みの音量がある
2. 音源と気柱の位相はズレている

考察: 気柱から出る共鳴音と音源からの音が等距離で打ち消し合うので

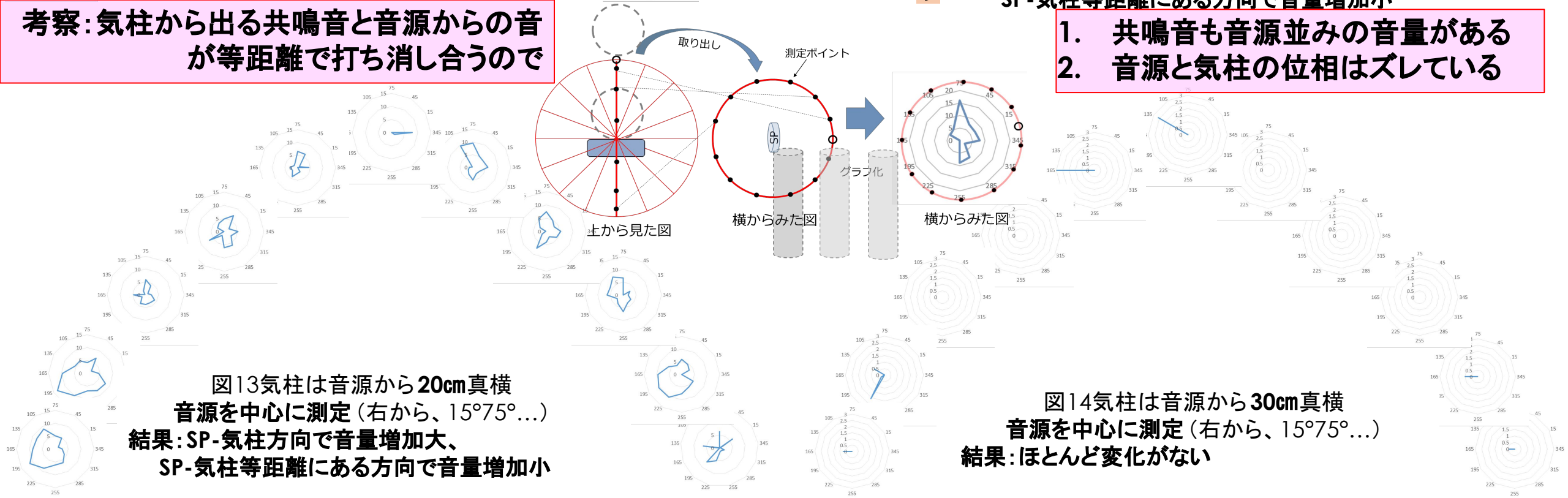
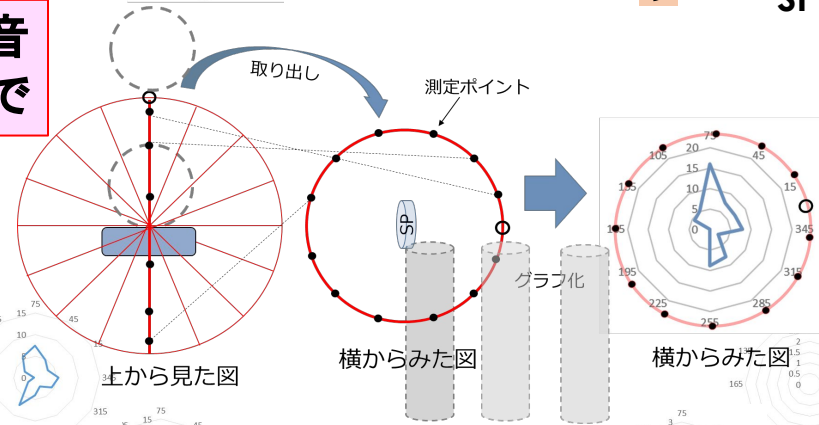


図13気柱は音源から20cm真横
音源を中心に測定 (右から、15°75°...)
結果: SP-気柱方向で音量増加大、
SP-気柱等距離にある方向で音量増加小

図14気柱は音源から30cm真横
音源を中心に測定 (右から、15°75°...)
結果: ほとんど変化がない

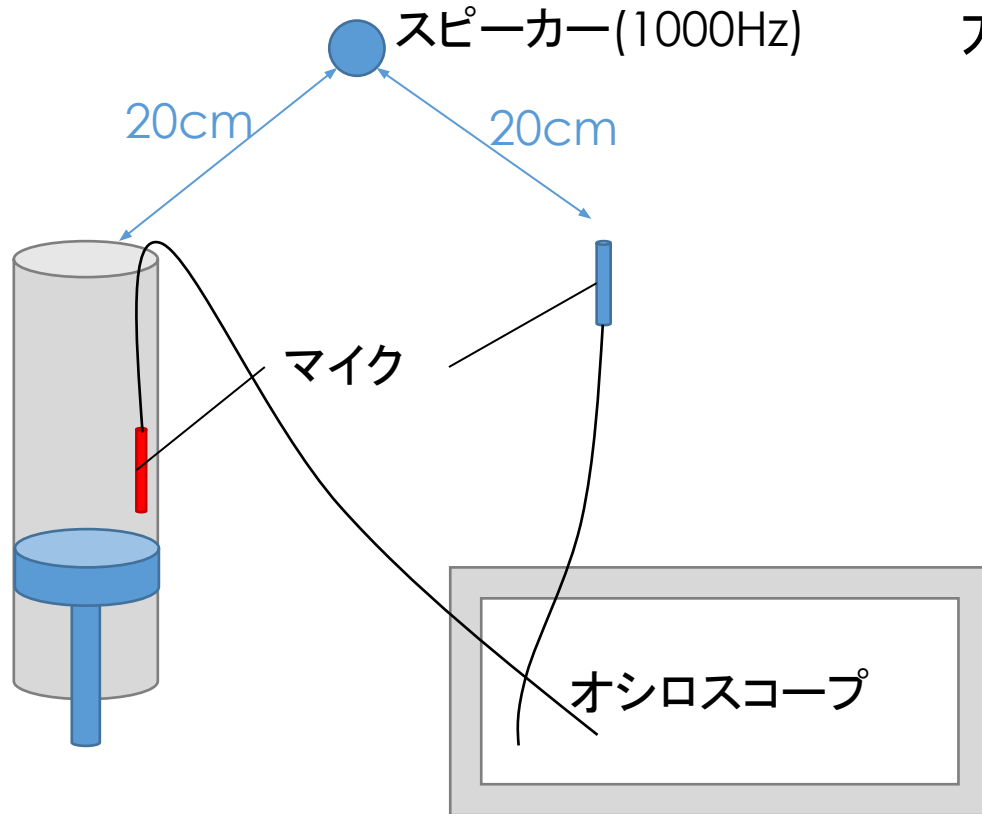


実験1, 2のまとめ

1. 共鳴音は、気柱が中心に鳴り、気柱から音が出る
2. 気柱の共鳴音は、新たな音源になる
3. 気柱の共鳴音は、音源と位相がズレている

実験3 気柱の共鳴音の位相の変化

目的: 気柱の共鳴音の位相が気柱の長さによってどう変わるか調べる



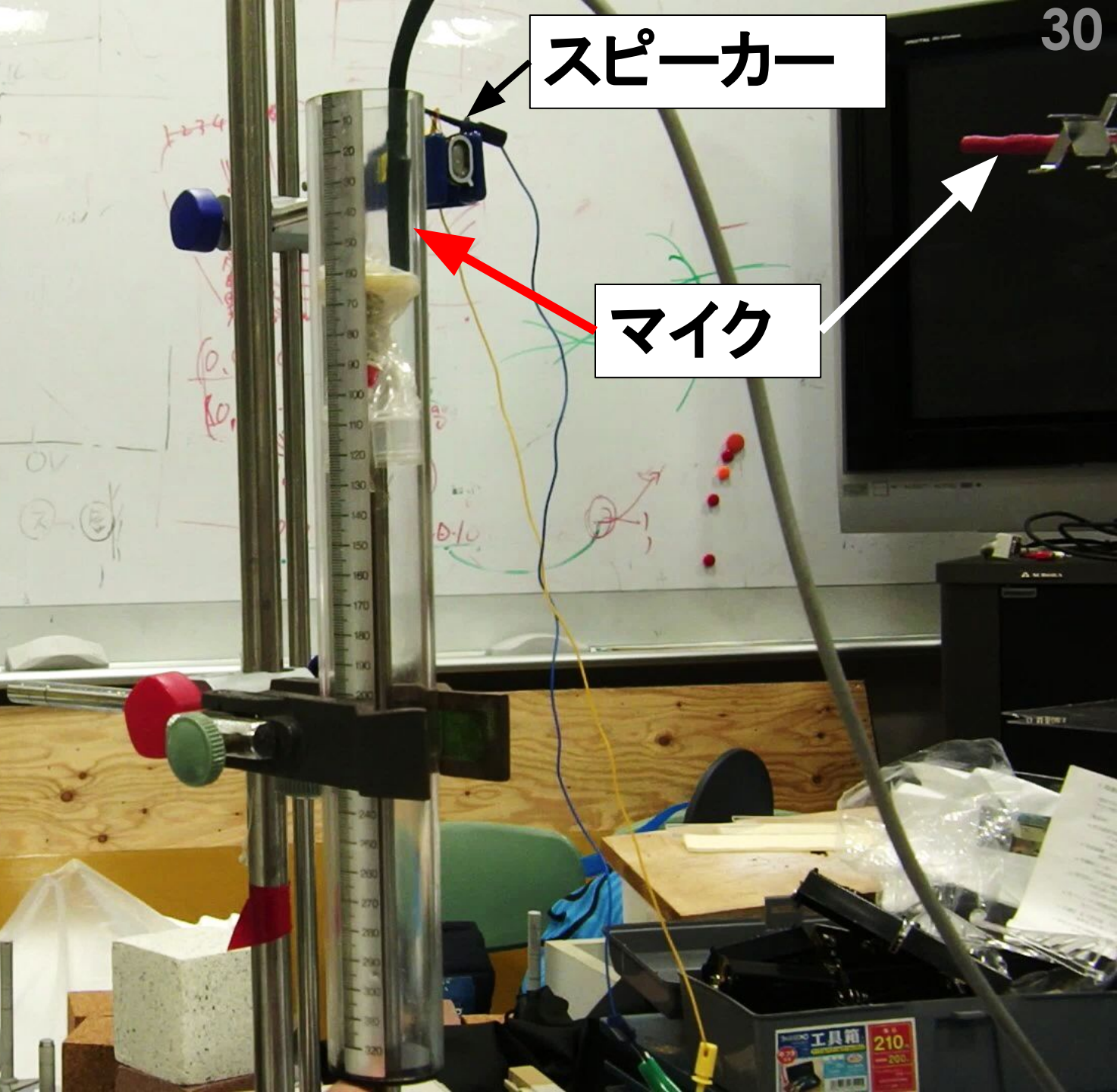
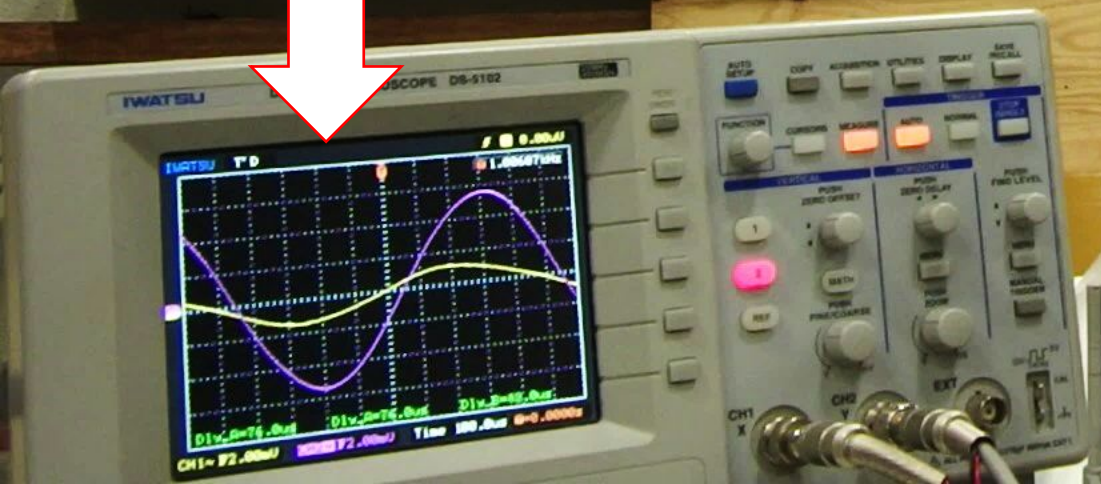
方法: 気柱の底にマイクを置いてスタンドで固定し、スピーカーから20cmに開口部を置く。120°離れた方向にスピーカーから20cm離れたところにマイクを置く。2本のマイクをオシロスコープにつなぎ、気柱の長さを変えながら振幅と位相を測る。スピーカーに低周波発信機をつなぐ。

共鳴点の直前

スピーカー

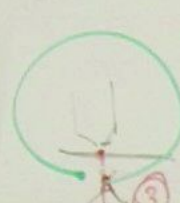
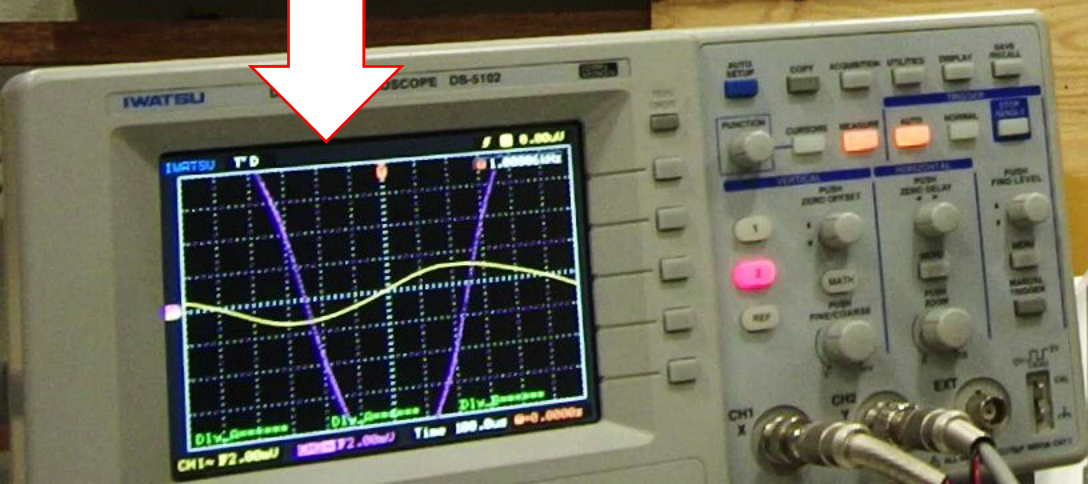
マイク

位相差に注目



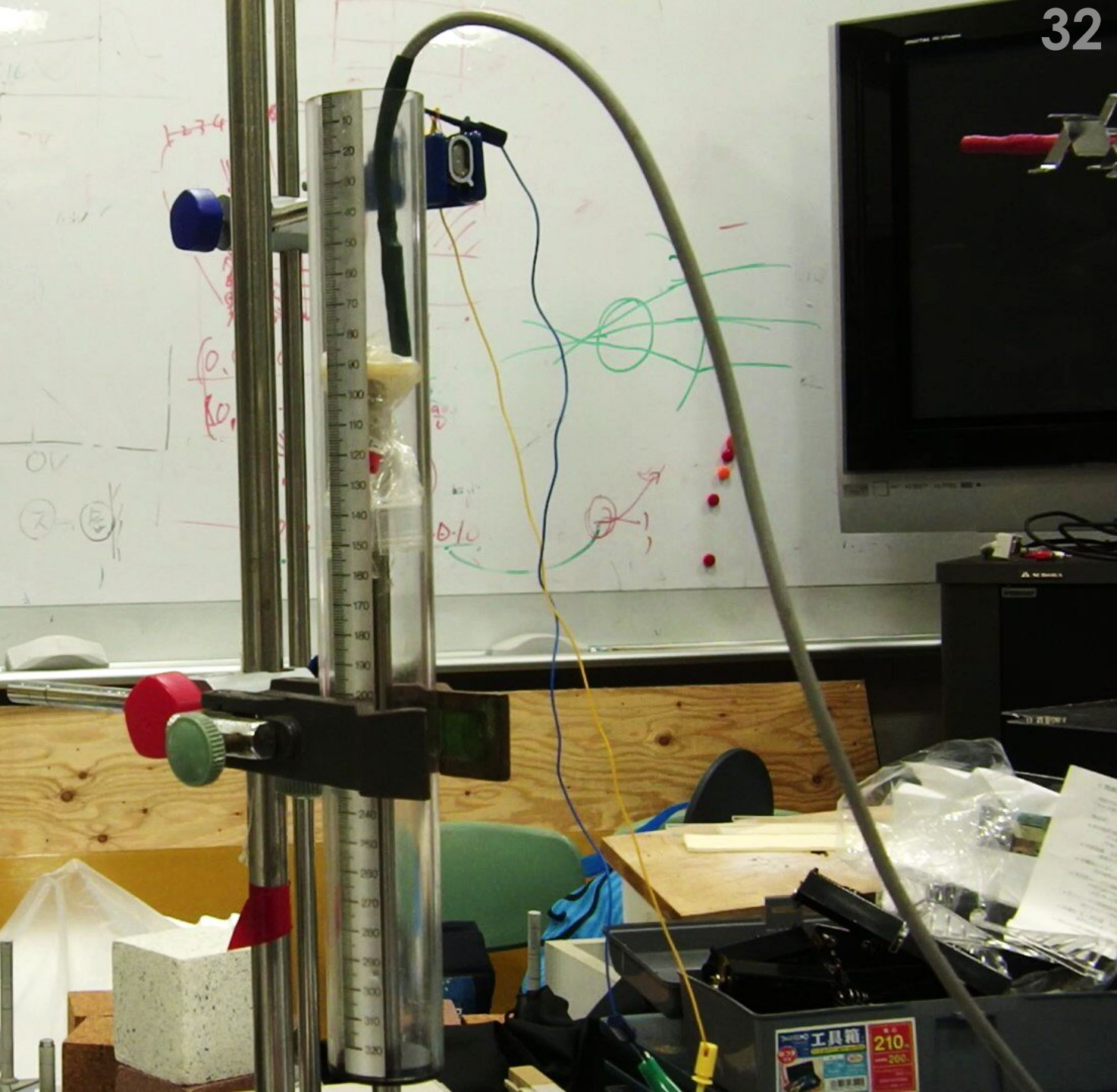
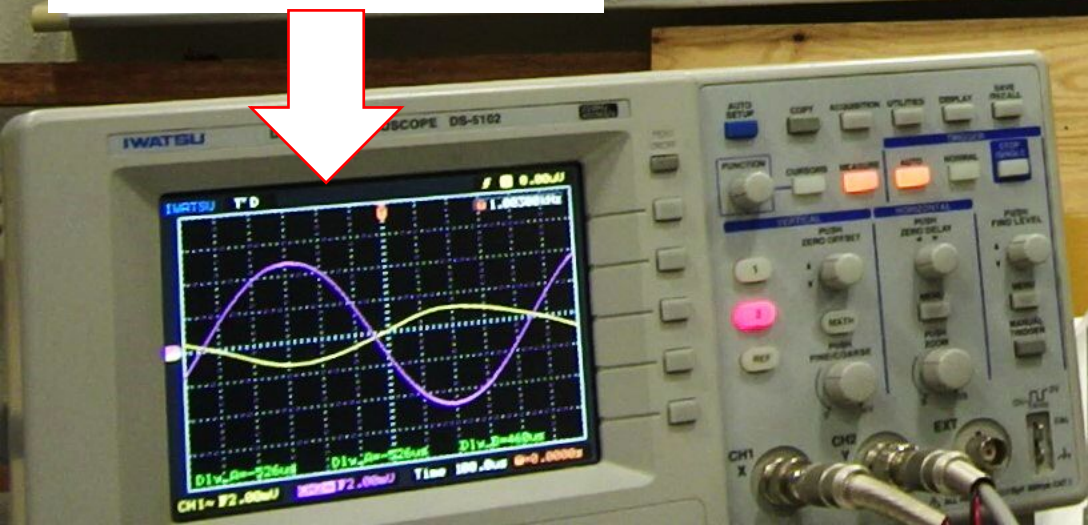
共鳴点

位相差に注目



共鳴点の直後

位相差に注目



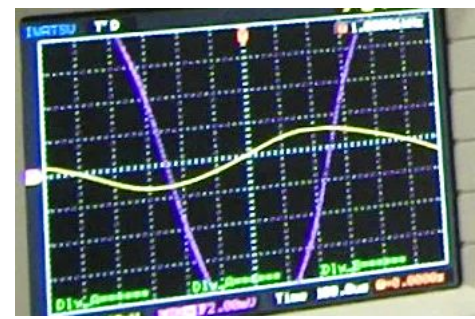
実験3 結果

気柱内部の振幅と外部の音からの位相の遅れ

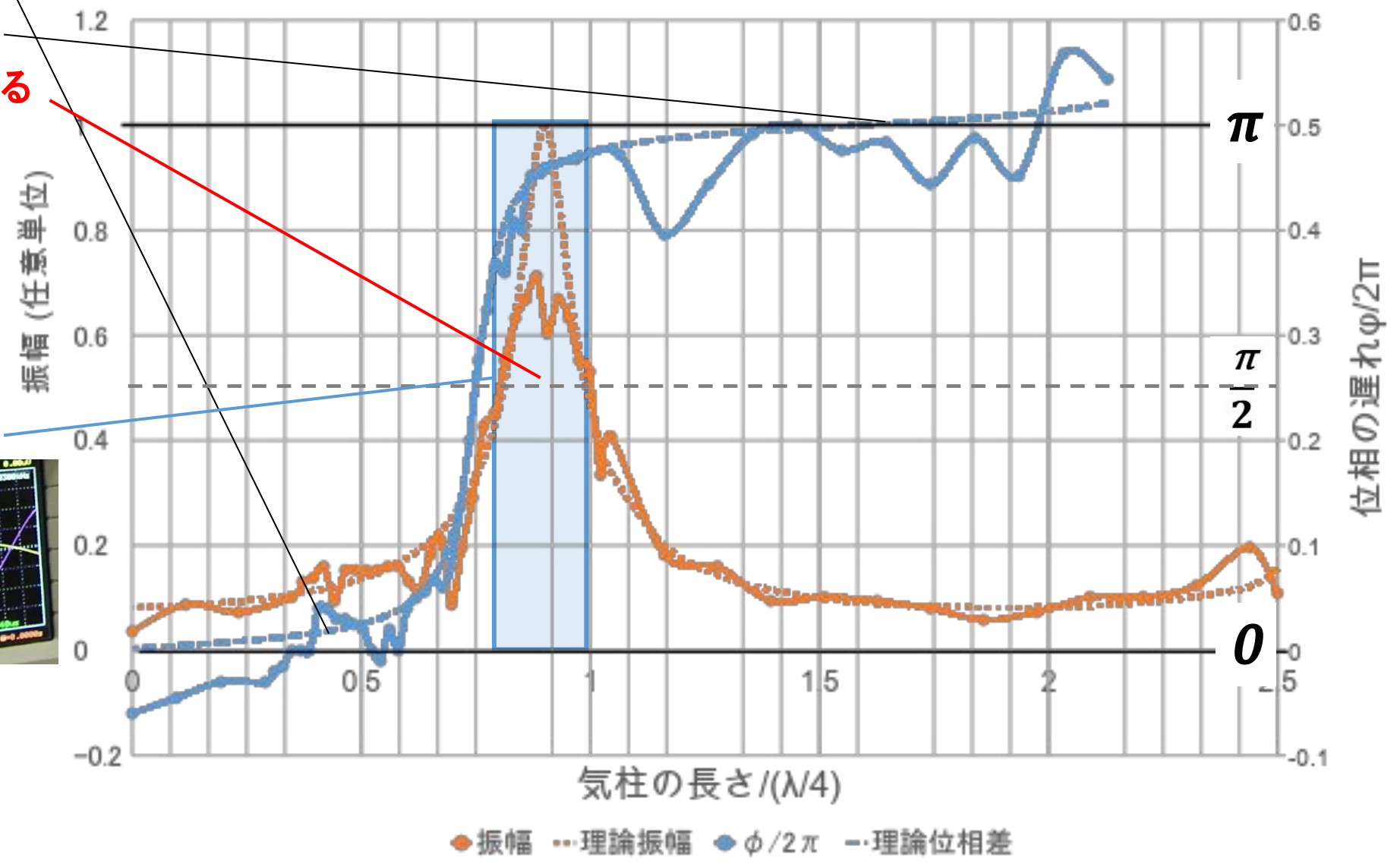
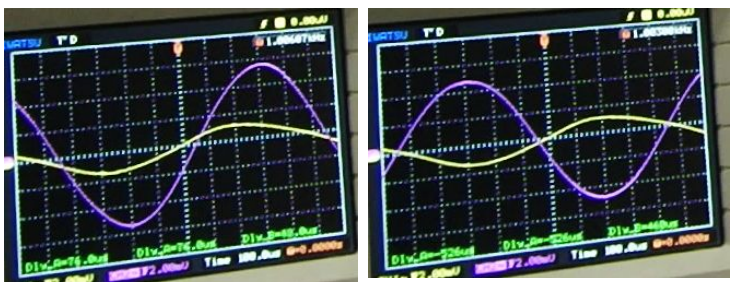
振動数1000Hz 気温23.5°C スピーカーからの距離20cm

開口部の反射率 $r=0.85$ とフィッティング 開口端補正 $0.1*(\lambda/4)$ とフィッティング

1. 共鳴前は入力波と同位相
2. 共鳴後は入力波と逆位相
3. 共鳴点では位相が $\pi/2$ ズれる



4. 共鳴中に位相が π 変わる

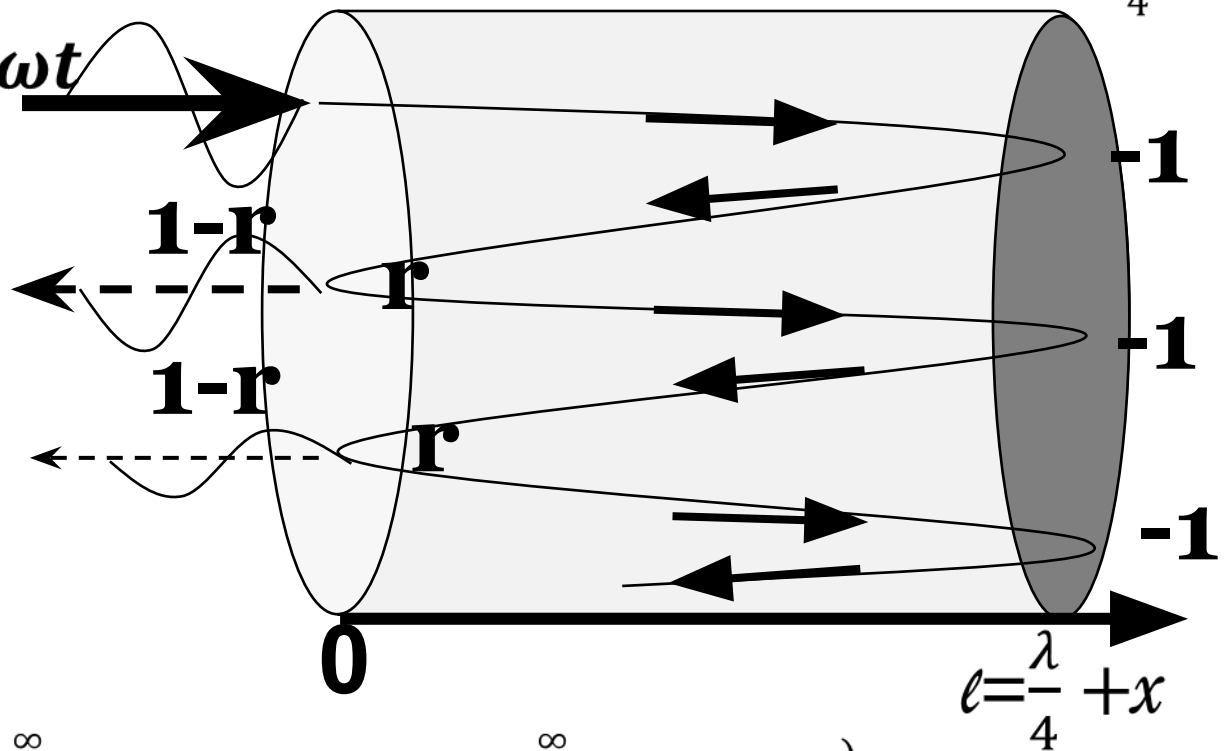


実験3 理論計算1 (反射波の重ね合わせ)

入射波

開管部分での反射率 $r (< 1)$ 、透過率 $1 - r$ 、管の長さ $l = \frac{\lambda}{4} + x$

$$y_{in} = \sin \omega t$$



気柱から出てくる音波 $y_{out} = y_1 + y_2 + y_3 + \dots$

$$y_1 = (1 - r)(-1) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi \left(\frac{\lambda}{4} + x \right)}{\lambda} \right)$$

$$= (1 - r) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi x}{\lambda} \right)$$

$$y_2 = (1 - r)(-1)^2 r \sin \left(\omega t - \frac{2\pi \cdot 4 \left(\frac{\lambda}{4} + x \right)}{\lambda} \right)$$

$$= (1 - r)r \sin \left(\omega t - \frac{8\pi x}{\lambda} \right)$$

$$y_{out} = \frac{1 - r}{r} \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin \left(\omega t - \frac{4\pi x}{\lambda} n \right) = \frac{1 - r}{r} \left\{ \sin \omega t \sum_{n=1}^{\infty} r^n \cos \frac{4\pi x}{\lambda} n - \cos \omega t \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin \frac{4\pi x}{\lambda} n \right\}$$

岩波 数学公式Ⅱ P76より

$$y_{out} = \frac{1 - r}{r} \left\{ \frac{r \cos \frac{4\pi x}{\lambda} - r^2}{1 - 2r \cos \frac{4\pi x}{\lambda} + r^2} \sin \omega t - \frac{r \sin \frac{4\pi x}{\lambda}}{1 - 2r \cos \frac{4\pi x}{\lambda} + r^2} \cos \omega t \right\} = \frac{1 - r}{1 - 2r \cos \frac{4\pi x}{\lambda} + r^2} \left\{ \left(\cos \frac{4\pi x}{\lambda} - r \right) \sin \omega t - \sin \frac{4\pi x}{\lambda} \cos \omega t \right\}$$

共鳴波 $y_{out} = \frac{1 - r}{\sqrt{1 - 2r \cos \left(\frac{x}{\lambda/4} \pi \right) + r^2}} \sin(\omega t - \theta)$

$$\tan \theta = \frac{\sin \left(\frac{x}{\lambda/4} \pi \right)}{\cos \left(\frac{x}{\lambda/4} \pi \right) - r}$$

共鳴点 $x=0$ で位相差 $\theta=0$ になり、
入射波と共鳴波が同位相になる？

共鳴点(x=0)で位相がπ/2ズれること

- 入射波と共鳴波は進行方向が逆

$$y_{in} = \sin(\omega t - 2\pi z/\lambda)$$

$$y_{out} = \sin(\omega t + 2\pi z/\lambda)$$

- 実際は入射波と共鳴波の合成波を測っている

$$y_{合成波} = y_{in} + y_{out}$$

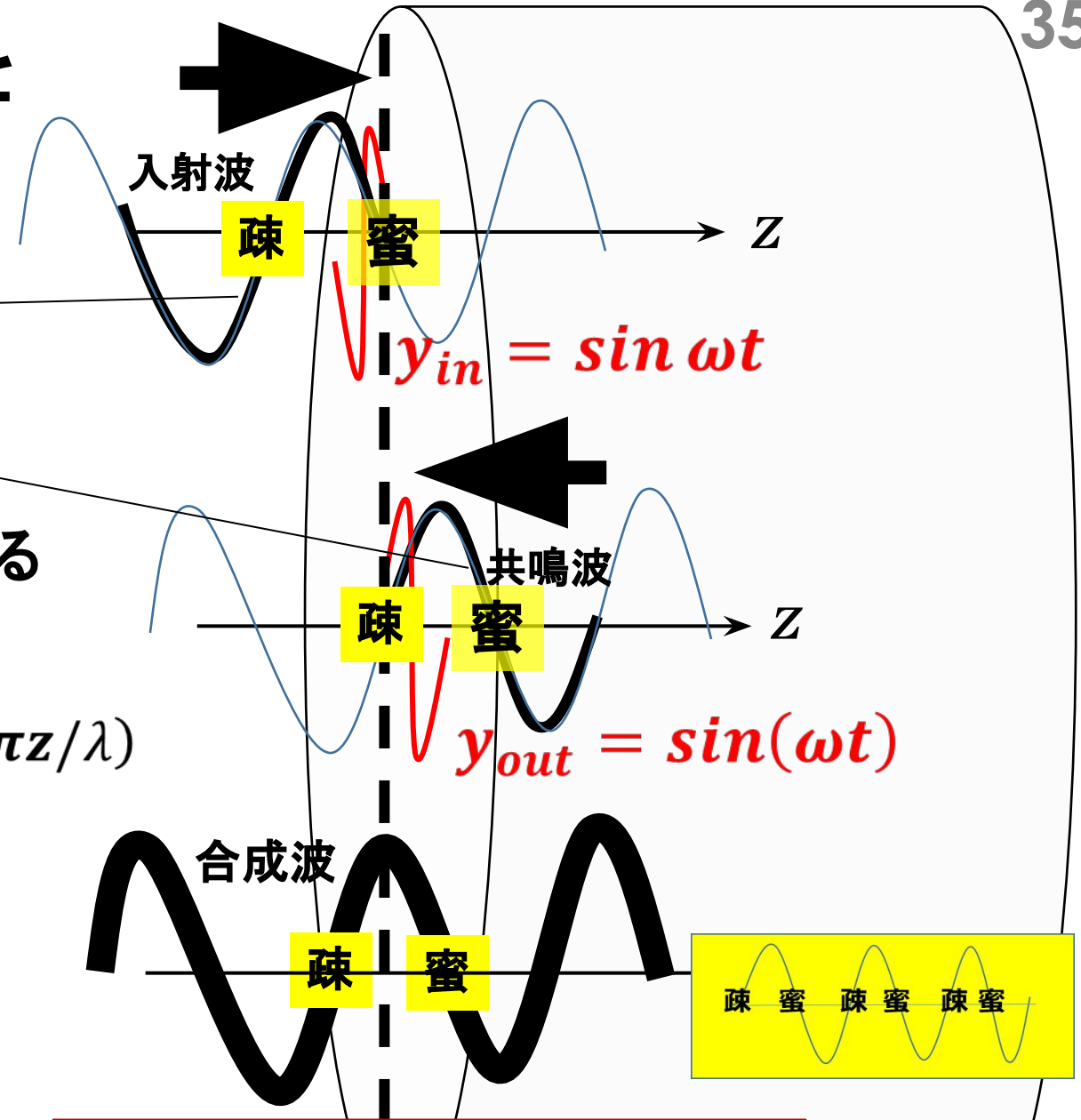
$$= \sin(\omega t - 2\pi z/\lambda) + \sin(\omega t + 2\pi z/\lambda)$$

$$= 2 \sin(\omega t) \cos(2\pi z/\lambda)$$

- マイクは圧力変化を測っている

$$P_{in} = \cos(\omega t) \quad (P_{in} \text{は} 120^\circ \text{横の別な場所の} z=0)$$

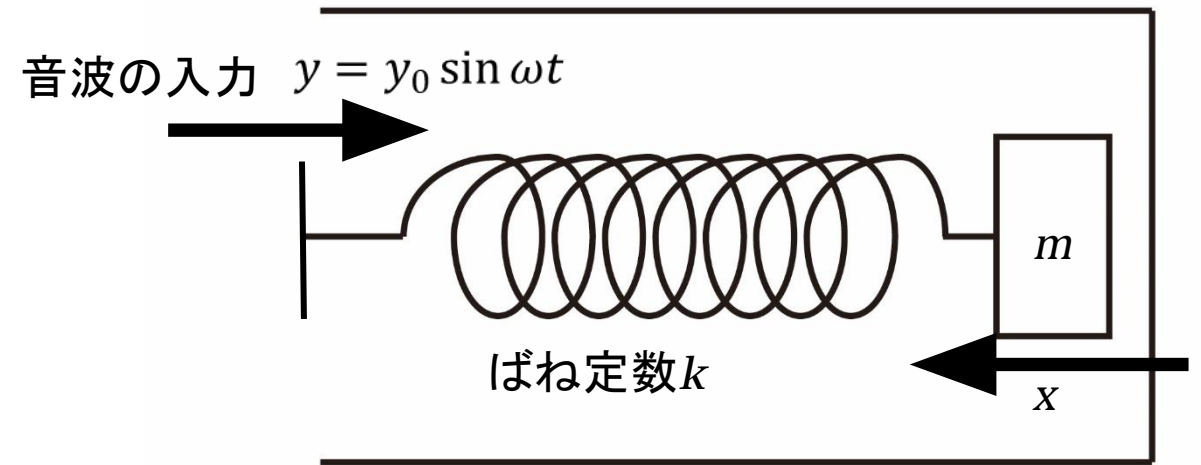
$$P_{合成波} = 2 \sin(2\pi z/\lambda) \sin(\omega t)$$



位相変化は説明できたが、
振幅の大きさは説明不足だった。

理論計算2

(気柱を、開口部にバネの一端がある質点の強制振動モデル)



ω が ω_0 より小さいところから大きいところに変化すると、位相が+から-に180°かわるので実験どおりである。しかし、共鳴点で振幅がほぼ無限に大きくなり、大きくなりすぎである。これは、外部の音波のエネルギーを吸収するだけになっているからだと考えられる。

理論計算3(音波の入力と出力の反動も加えたバネによる質点の強制振動モデル)

そこで、気柱の速度に比例して空気が押し出され、気柱はその反動を受けると考え、

共鳴によって生じた気柱への抵抗を追加して式を立ててみる。気柱の速さを v とし

$x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ という解を想定してそれ以外は前の条件を引き継ぐと

$$ma = ky - kx - mCv$$

$$a = \omega_0^2 y - \omega_0^2 x - Cv$$

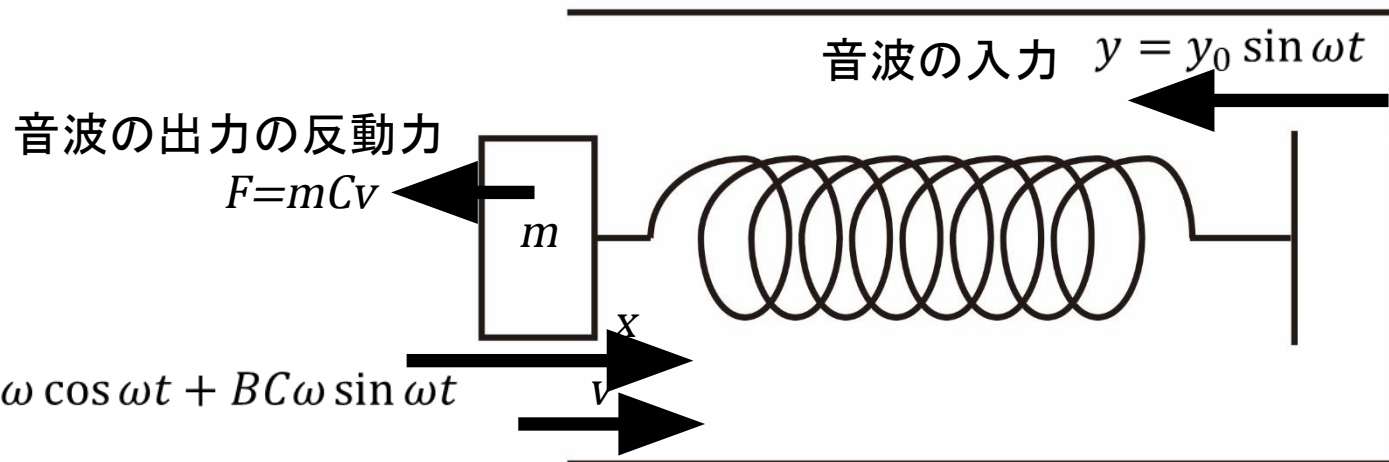
$$-A\omega^2 \sin \omega t - B\omega^2 \cos \omega t$$

$$= \omega_0^2 y_0 \sin \omega t - \omega_0^2 A \sin \omega t - \omega_0^2 B \cos \omega t - AC\omega \cos \omega t + BC\omega \sin \omega t$$

$$(\omega_0^2 y_0 + A\omega^2 + BC\omega - \omega_0^2 A) \sin \omega t + (B\omega^2 - AC\omega - \omega_0^2) \cos \omega t = 0$$

$$\sqrt{(\omega_0^2 y_0 + A\omega^2 + BC\omega - \omega_0^2 A)^2 + (B\omega^2 - AC\omega - \omega_0^2)^2} \sin(\omega t + \phi) = 0$$

$$\omega_0^2 y_0 + A\omega^2 + BC\omega - \omega_0^2 A = 0, B\omega^2 - AC\omega - \omega_0^2 = 0$$



理論計算3

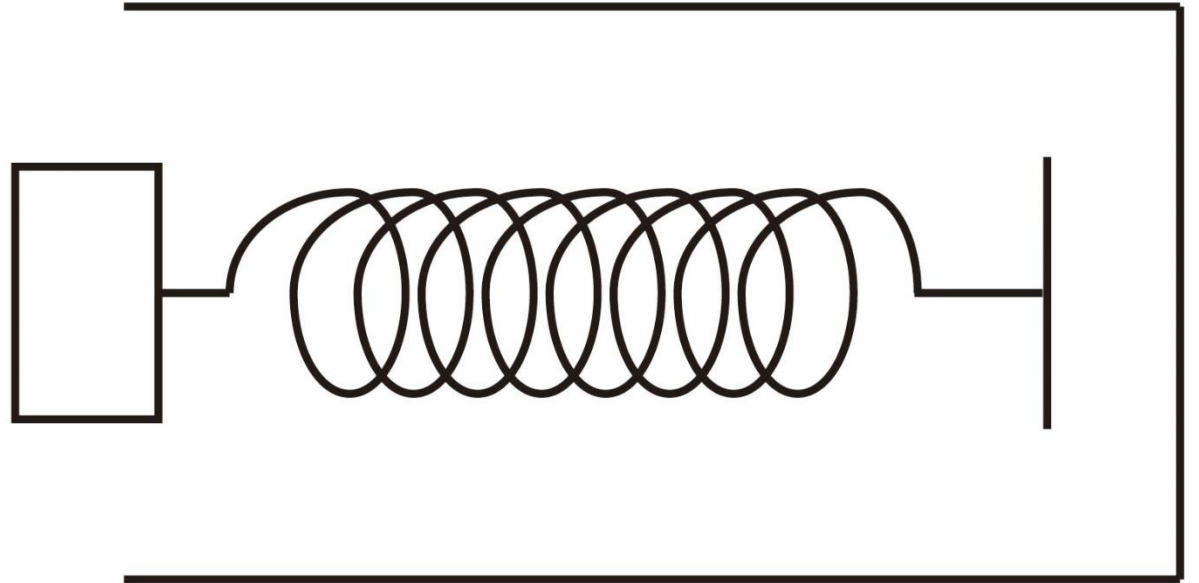
よって

$$x = \frac{-\omega_0^2 y_0}{\sqrt{(C\omega)^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2}} \sin(\omega t + \theta)$$

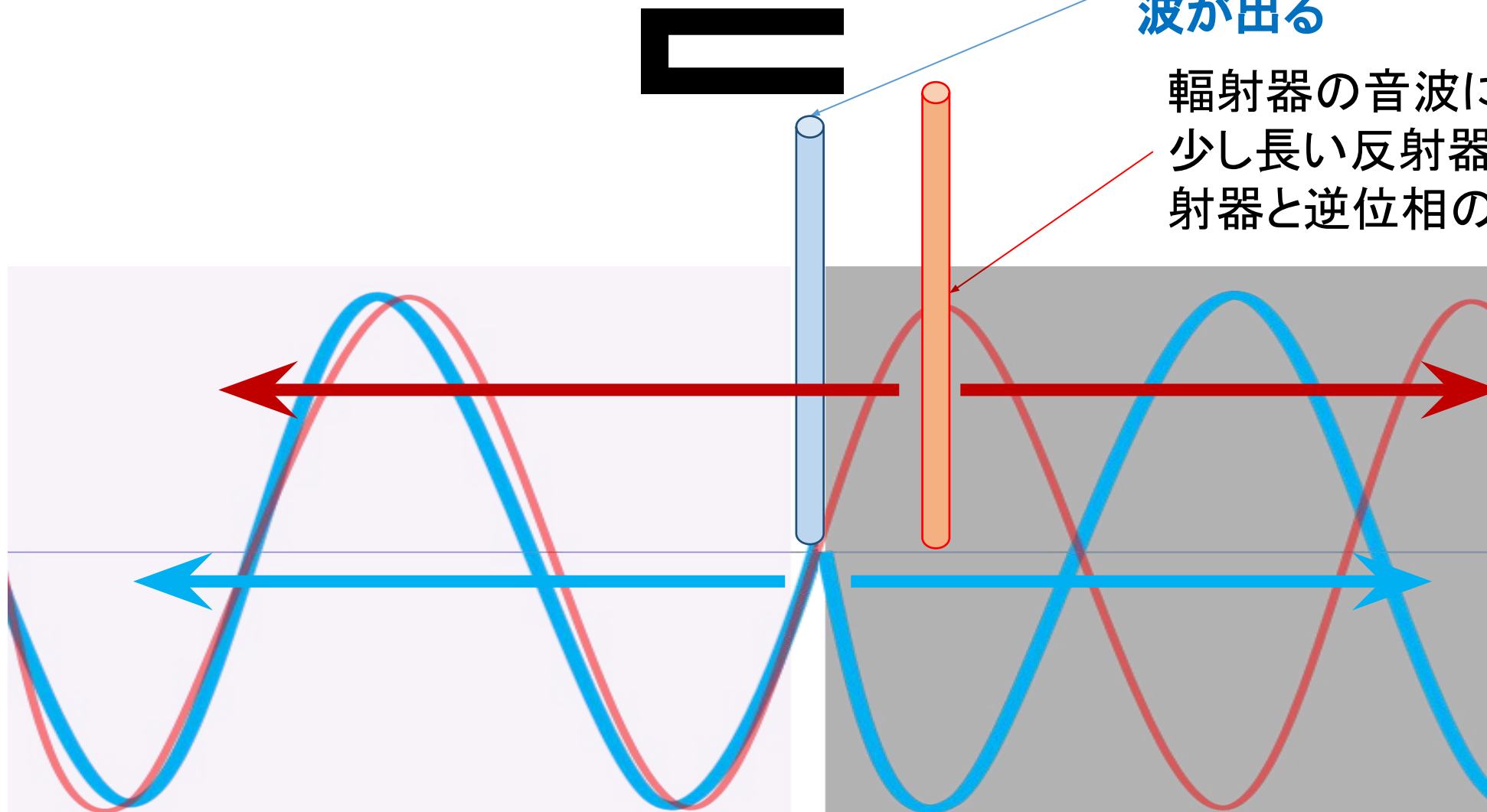
$$\tan \theta = \frac{C\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

これならば、振幅が無限大にはならない
 $\omega = \omega_0$ のときに位相差が 90° となる。

また、 ω と ω_0 の関係によって 0° から 180°
まで表せるような式になった



宇田・八木アンテナの原理



輻射器から音叉による共鳴音波が出る

輻射器の音波により $\lambda/4$ 離れた少し長い反射器が共鳴して輻射器と逆位相の音波を出す

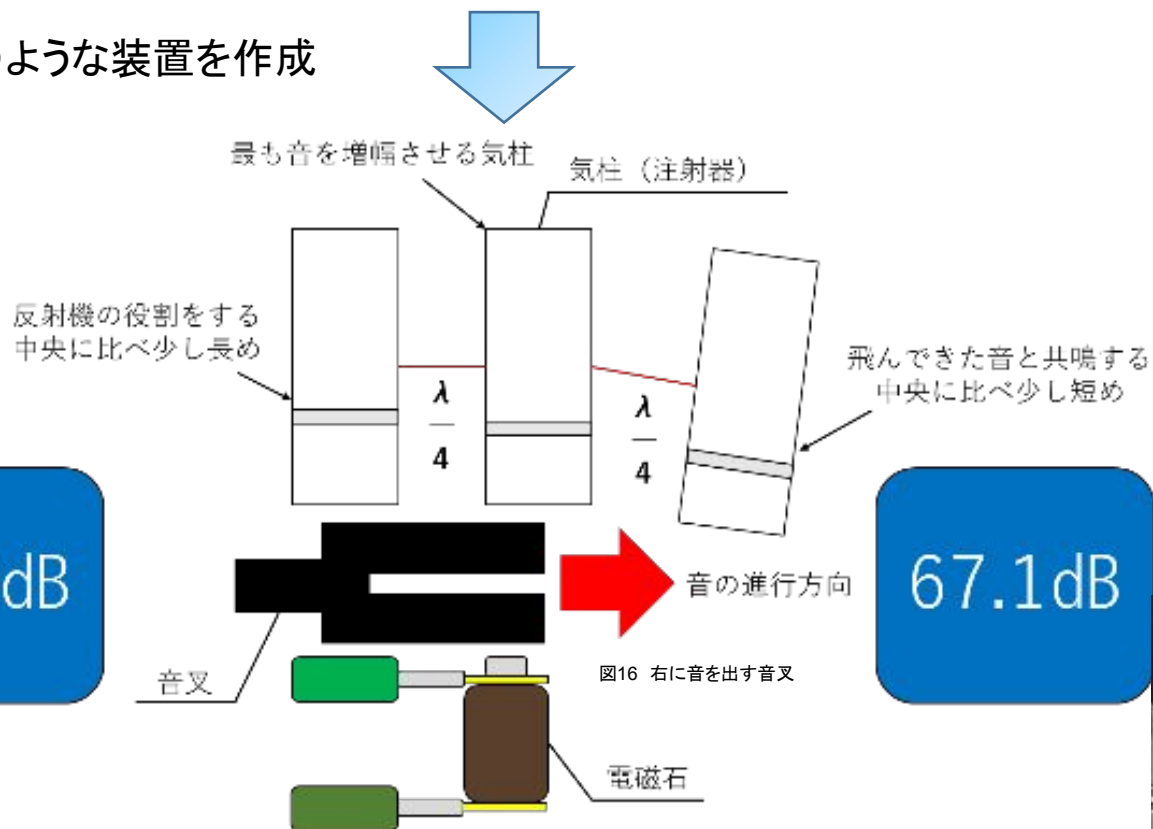
この仕組みを利用し、音を任意の方向に飛ばすことができるのでは？
[4][5][6]

反射器からの音波(赤)が、輻射器からの音波(青)の左側を増幅させ、右側を打ち消す

実践

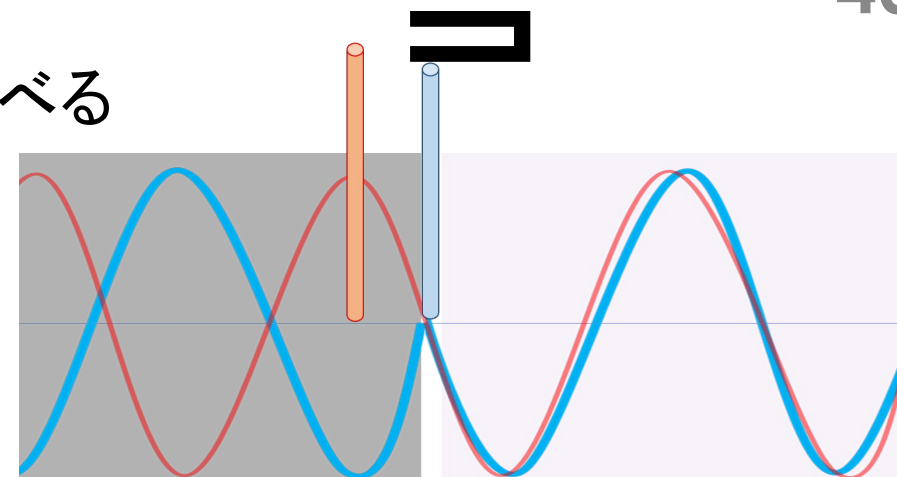
宇田・八木アンテナの仕組みを利用し、
音叉を用いて音を任意の方向に飛ばせるかを調べる

下図のような装置を作成



60.3dB

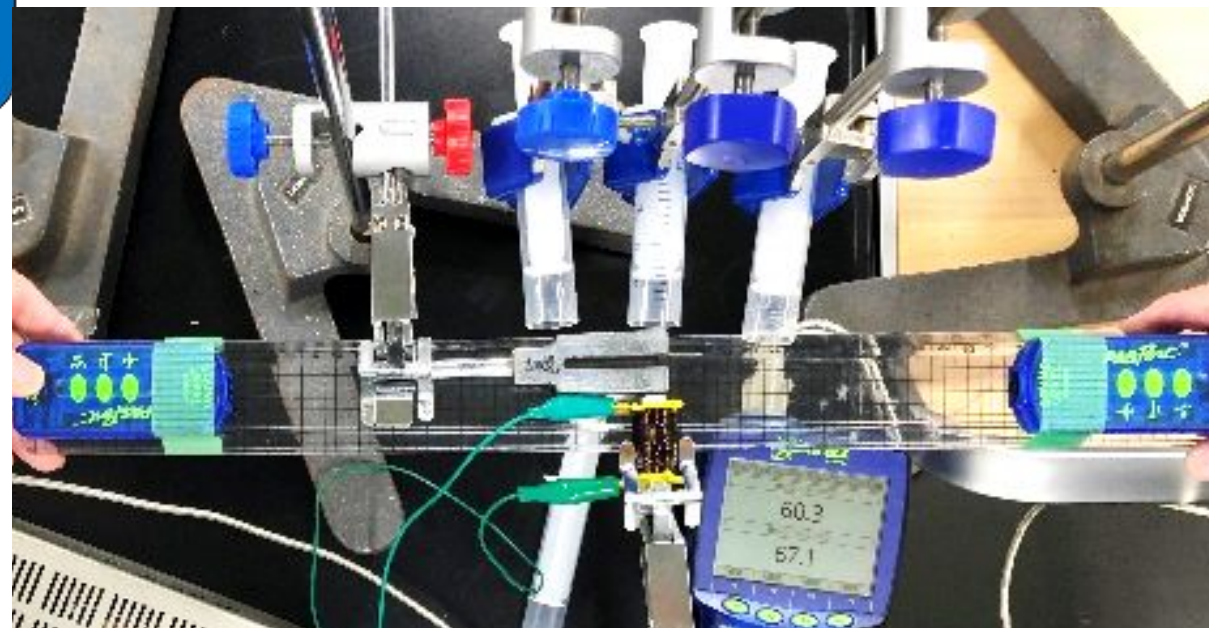
67.1dB



結果:音を飛ばそうとした右側のほうが7dB大きいので、振幅で2倍大きくなっている。

◎考察

実験の結果、音は飛ばそうとした右側で大きくなっていた。
このことから、アンテナの仕組みを利用し、音も任意の方向に飛ばすことができるようになった。

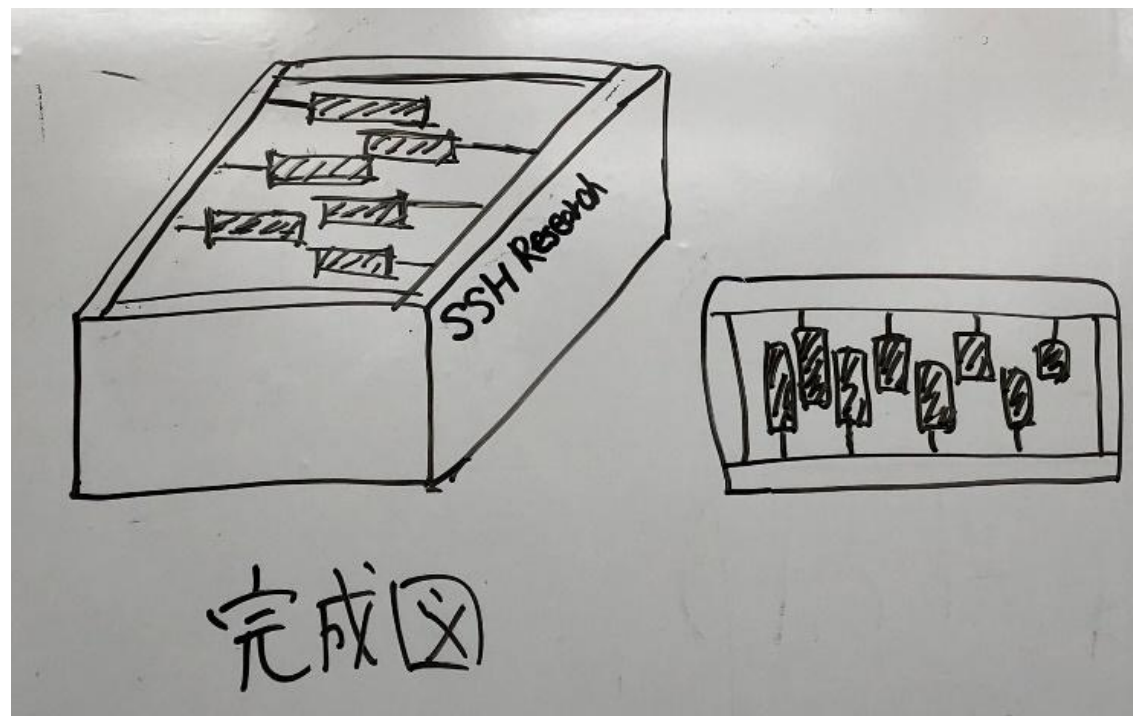
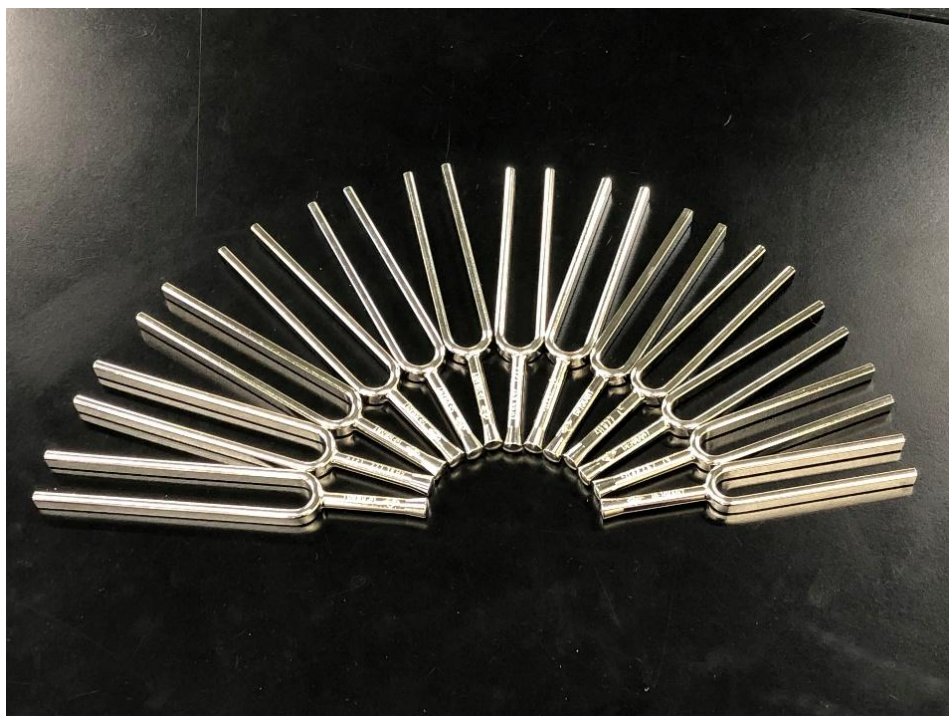


展望

音は宇田八木アンテナの仕組みを利用することで、任意の方向に飛ばせることが分かった。



今後は左下の写真のような音階のある音叉と、今回利用できると分かった仕組みを利用して、右下のような楽器の作成に挑戦していきたい。



参考文献

- [1]川越女子高等学校 村田睦歩「気柱共鳴の研究～共鳴直後の消音について～」平成30年度関東
近県SSH校合同発表会ポスター発表 2019.3
- [2]歌川喜矢 玉川学園高等部「スピーカーと音波の関係」第15回日本物理学会Jr.セッション(2019)
- [3] 歌川喜矢 玉川学園高等部「気柱の共鳴点と音が大きく聞こえる点のずれと共鳴音が大きい原因の
研究」第16回日本物理学会Jr.セッション(2020)
- [4]早大理工 田村有希 矢田部浩平 大内康裕 及川靖広 山崎芳男「音響八木・宇田アンテナ指向
性制御」日本音響学会講演論文集P575～576 2013.9
- [5]早大理工 田村有希 矢田部浩平 大内康裕 及川靖広 山崎芳男「音響八木・宇田アンテナ指向
性制御」日本音響学会講演論文集P535～536 2014.9
- [6]田村有希 「共鳴管を用いた音響八木・宇田アンテナ」